

数学教学通讯

出版：教育局 校本专业支援组 地址：新界上水龙琛路39号上水广场18楼1813室 电话：2152 3217 传真：2152 3223



蘋果會不會下去？



前几天的一次数学教研活动，谈到「在教学中如何体现学生的主体地位」这个问题。老师们的交流也给了我启发：认为以学生为主体是有教育规律的，学生虽然是受教育者，但老师只能帮助学生学习，而不能代替学生学习。学生才是学习真正的主人。教师在教学中所采用的一切方式方法，都是要经过学生理性分析和情感的过滤，他觉得教师的方式方法是对他有利的，他才能接受。因此尊重学生的主体地位，让学生自觉地学、主动地学、有兴趣地学，教学才有成效。下面我就举一个这样有趣的案例。

在教「长方体的体积」时，教材中安排了一节计算「不规则形状物体的体积」的实践活动课。教材呈现的例子是将一个苹果放入装有水的长方体容器中，当苹果沉入水里后，观察水位的变化来计算苹果的体积。

课上，刘老师专门准备了长方体的容器和几个大小不同的苹果。当学生们怀着好奇的心聚精会神地观看实验的时候，意外发生了——苹果浮起来了。「换其他几个苹果试一试」学生纷纷嚷着。结果他依次放了5个苹果，却没



有一个苹果沉下去的。看到这里学生们都哄笑了起来。刘老师也没有预料到，于是他看了看大家，想了一会儿说：「苹果浮起来了，那还能够用这种方法测量它的体积吗？」一个问题让原本沸腾的教室一下子变得寂静。同学们你看看我，我看看你，皱起了眉头，不一会儿一个个精彩的方案却从学生的小脑袋里蹦了出来：可以把苹果上栓一个铁块就可以进行实验了，测量出体积后再减去铁块的体积就可以知道苹果的体积了；也可以用一根很细的铁丝把苹果按到水底估算出苹果的体积。还有更绝的，如果把水换成油，苹果会不会沉下去呢？看来当孩子们用心

来思考问题的时候，他们的想像力是令人惊讶的。

我很敬佩刘老师精湛的教法。他不评价学生的大笑，而是巧妙的将学生的笑转化为探究问题的动力，从而获得了许多书本之外的奇思妙想。这节课以学生的实践活动为载体，通过学生探究发现了许多书本上没有介绍的测量不规则物体体积的方法，发展了学生的思维，丰富了学生的知识，更重要的是让学生体会到书本上的知识也是要经过实践来检验的。我想刘老师正是尊重儿童的真实情感、满足了儿童的好奇心、激发了学生的探究欲、开放了学生的思维、创造了学生展示才华的空间才使这节课达到了如此好的效果。这就是尊重学生主体的结果。



徐菊华老师
内地交流人员

访问园地



陈：陈森泉先生

苏：苏碧婷校长

苏校长去年是东华三院王余家洁小学的校长，今年转到顺德联谊总会何日东小学(下午校)出任校长。巧合的是两所学校，都在苏校长就任期间参与了数学科的「内地与香港教师交流协作计划」，使她有深刻的体会，而她在两间不同学校开展计划的经历，相信对同工们必定有很好的参考价值。以下是我们跟苏校长的一席话：

陈：我与内地交流人员合作了一年多，他们常常提及香港学校的教研气氛较为薄弱。在数学科，你认为这是一个普遍现象吗？

苏：对，在数学科推展教研工作是比较难，这是因为小学数学科教师的师资培训不够专门，可以说任何教师都可以教数学，这便不能保证教学质量了。老师可能因为欠缺充足的数学本科知识、以致过于依赖教科书。

陈：可否透过共同备课会，促进教师这方面的专业发展呢？内地交流人员能否起着推动作用？

苏：因为教科书的配套很齐全，每一个课题都列明教学步骤，教师基本上不用备课就可以上课，共同备课会的讨论内容，往往侧重在行政方面，较少针对学生学习难点及数学概念教学的处理。内地交流人员的教学功夫很扎实，学科知识丰富。内地交流人员的出现，使备课会的讨论变得专业，教师们真的得到很多启发。

陈：内地很注重说课、观课和评课，你认为这种文化为学校带来怎样的变化？

苏：香港教师的确没有这样的文化，情况也因校而异，但我相信香港大部分教师都有一个共通点：只要是对学生有好处，教师总会愿意改变。只要方法合适，能坚持，我相信顽石也会点头的。说课、观课、评课的进行，与备课是分不开的。当中最重要的，是内地交流人员能坦白指出课堂教学的问题，学生学习上的问题，让教师能认清学生的学习难点，抓住教学的核心。

(.....接第八页)



苏校长(右二)与本组同事合照

本期焦点：

1. 「数学」令你想起甚么？ 页4
2. 课堂真象？ 页6
3. 香港教师谈拔尖 页7
4. 『=』困惑的回应 页2
5. $(-8)^{\frac{1}{3}} = 2$ 的回应 页7

提高 学生计算准确性真的很困难吗？



邢克凤老师
内地交流人员

在与香港教师交流、看数学科主任学年总结及新学期计划的过程中，很多老师把「如何提高学生的计算准确性」作为急于解决的问题之一。

学生在计算中常出现写错数位、抄错符号；加法忘了进位、减法忘了退位；加法做减、乘法做除；有时会出现一些无法理解的错误。一些家长对此「粗心大意」的现象束手无策，一些教师也认为提高学生计算准确性是很难的。

提高学生计算准确性真的很难吗？我有以下的建议，大家可以尝试一下。

一、加强口算

口算是笔算的基础，每节数学课抽出3至5分钟做一些口算题。开始时少练几道，然后逐渐增加。老师可以采取定时、定量练习的方法；形式可以限时笔答、限时抢答，定期评价、及时鼓励。

如：在学习小数运算知识后，设计了这样一些口算卡片，让学生练习。

$0.7 \times 4 =$	$0.8 + 0.6 =$	$1 \div 0.4 =$
$0.7 + 0.13 =$	$60 \times 0.5 =$	$1 - 0.58 =$

二、熟记常用资料

常用的一些资料是计算的基础，也是计算的工具。如果学生熟记一些常用资料，则有助于正确、迅速、合理、灵活地计算。

1. 熟记和、积为整百、整千的特殊资料，如 $25 \times 4 = 100$ 、 $125 \times 8 = 1000$ 。学生熟记了以上资料后就自然地迁移到 25×4 、 125×8 、 $100 \div 4$ 、 $1000 \div 125$ 等。

2. 熟记 1-20 的平方数、1-5 的立方数。

3. 熟记常用的分数、小数、百分数的互化，如 $\frac{1}{4} = 0.25 = 25 \div 100$ 。

4. 理解和掌握有关「0」和「1」的计算特征，以提高计算的速度和正确率。

三、提倡演算法多样化

由于学生的认知水平不同，处理相同的问题时往往会出现不同的计算方法。让学生充分展示不同演算法，相互交流，共同提高。

例如：在计算 $287 - 98$ 时，出现了这些演算法：

- (1) 用竖式计算。
- (2) 把 287 分成 200 和 87，用

$$200 - 98 = 102, 102 + 87 = 189.$$

$$(3) \text{ 把 } 98 \text{ 看成 } 100, \text{ 用 } 287 - 100 + 2 = 189.$$

$$(4) \text{ 把 } 287 \text{ 看成 } 300, \text{ 用 } 300 - 98 - 13 = 189.$$

再如：计算 32×125 时，可以把 32 写成 8×4 ，即 $125 \times 8 \times 4 = 1000 \times 4 = 4000$ 。也可以写成 $8 \times 4 \times 25 \times 5 = 8 \times 100 \times 5 = 40 \times 100 = 4000$ 。在交流中学生进一步理解算理、演算法，还会从中选择最佳方法计算。

四、重视估算

估算可以培养学生的「数感」；可以对计算的结果做预先判断、确定取值范围；可以帮助学生检查计算的结果是否正确、合理；可以减少由于粗心大意造成的错误。如 5.7×0.9 结果小于 5.7，积的小数部分有两位小数。

再如分数计算：

$$6\frac{1}{6} - 4\frac{4}{9} \text{ 先估值：先看整数部分 } 6 - 4 = 2, \text{ 再看分数部分 } \frac{1}{6} \text{ 比 } \frac{4}{9} \text{ 小，不够减，应从整数部分借 } 1, \text{ 结果应比 } 2 \text{ 小比 } 1 \text{ 大。}$$

五、养成良好的计算习惯

在计算时，要求学生要做到一看、二想、三算、四查。

一看：看清每个数和每个运算符号。

二想：想出资料特点与运算的关系，选择合理的方法。

三算：按运算顺序逐步认真地进行计算。

四查：要及时检查资料、运算符号是否抄错；括弧、小数点是否漏写；方法是否合理；计算结果是否正确。

六、激发计算兴趣

计算题比较抽象、枯燥，因此练习计算的形式要多样化，如计算、选择、判断等。老师可根据年级特点适时组织一些比赛活动。如：接龙比赛，抢答比赛等，还可以请学生每天记录自己计算准确率和时间，每周做一次统计总结。教师给予及时评价和奖励，这样便可以培养学生计算兴趣、增强竞赛意识、提高计算准确率。

总之，只要教师精心设计、正确引导、持之以恒，学生的计算能力一定会得到提高。

上期文章「等号表示相等吗？」的回应

看了一篇「从一道小数除法的计算说起」而有以下的思考——

篇中提出了以下两道除数及其答案：

$$50 \div 2.6 = 19 \cdots 0.6 \text{ 及 } 500 \div 26 = 19 \cdots 6$$

但我们知道 $50 \div 2.6$ 和 $500 \div 26$ 是相等的(小学也学过扩分)；那么，岂不是可以写成 $19 \cdots 0.6 = 50 \div 2.6 = 500 \div 26 = 19 \cdots 6$ ，首尾两个写法是不是真的相同呢？

我个人相信「被除数 ÷ 除数 = 商数...余数」的写法是不当的，原因是当中的等号并不适用于这个表示法，也即是不能用「等式」的写法表示最后结果，而应该用「文字方式」来表示就可以了。

例如计算 $500 \div 26$ ，只要把答案写成「商数 = 19，余数 = 6」就可以了。

罗百庆
高级学校发展主任
(中学校本课程发展组)

$$\begin{aligned} 50 \div 2.6 & \quad (i) \\ = 500 \div 26 & \quad (ii) \\ = 19 \cdots 6 & \quad (iii) \end{aligned}$$

问题出在哪里呢？

我个人认为 $50 \div 2.6 = 500 \div 26$ 是根据商不变性质，所以该等式成立。而 $500 \div 26 = 19 \cdots 6$ 是用商和余数两个部分的形式表达了计算结果，所以该等式也成立。但是，(i) 到 (ii) 和 (ii) 到 (iii) 是两回事，它们不能在同一个递等式里出现，因此递等式应该这样写：

$$\begin{aligned} 50 \div 2.6 & \quad (i) \\ = 500 \div 26 & \quad (ii) \\ = 19 \frac{3}{13} & \quad (iii) \end{aligned}$$

这样的话，(i) 到 (ii) 是根据商不变性质，而 (ii) 到 (iii) 则用商的形式回答了整个计算结果。这样，整个计算过程都是从商的角度来表达计算结果，

递等式便成立了。

我们回顾上期的案例可知，写这个递等式的人是为了解决有余数除法文字题，把计算的结果用商和余数两个部分来表示。从有余数除法计算的思考过程来看，被除数和除数同时扩大，商不变，但这时的余数已经变了。大家知道，(i) 式所对应的余数是 0.6，而 (ii) 式所对应的余数是 6，而 $50 \div 2.6$ 的结果「19本...0.6厘米」亦不等于 $500 \div 26$ 的结果「19本...6厘米」。因此，案例中的不应写(ii)式，而直接写成 $50 \div 2.6 = 19(\text{本}) \cdots 0.6(\text{厘米})$ 。

导致上面案例错误的误区是：认为凡是利用商不变性质，结果都一样。但实际上，利用商不变性质，只是商不变。

蒋巧君老师
内地交流人员



拉近數學和我們的距離

我在上一期的《数学通讯》的〈数学和生活有多近?〉一文里说了几个课堂教学中的反例，让我们体会到数学和生活还是有距离的。但是看到距离并非要我们束手束脚，或对数学敬而远之，而是要我们在知道了数学和生活的本质区别后，寻找合适的途径来拉近数学和我们的距离。

其实我们的教科书上就有很多很好的范例，可以看出大家想靠近数学的愿望和所付出的努力。下面我和大家一起分享我收集的一些实例。

实例一：从八卦图中解读二进制

自从电脑使用了二进制语言后，它像着了魔一样神通广大，人们不得不对电脑创始人莱布尼兹肃然起敬。其实，莱布尼兹是从中国的《易经》中发现八卦图中的 64 卦就是从 0 到 63 的二进制写法。

卦圖	☰	☳	☱	☲	☵	☴	☶	☷
圖名	坤	震	坎	兌	艮	離	巽	乾
二進數	000	001	010	011	100	101	110	111
十進數	0	1	2	3	4	5	6	7



八卦图中的「--」是阴爻，可以对应 0；「—」是阳爻，可以对应 1。从里往外读，八卦图上的图案正好对应着 0、1、2、3、4、5、6、7，然后再从中任取两个可以组成另外的 56 个数位，一共就是 0 - 63 的二进制写法，也就是八八六十四卦了。

不知道是我们的祖先们的先知先觉，还是纯属巧合，这怎麼都让我们赞叹不已，也让我们浮想联翩。在这样的情境中学习二进制，一定对数学、电脑，甚至《易经》都会有所感悟。

实例二：揭开梵塔游戏的神秘面纱

在学习等比数列时，教科书上都有印度古老的传说故事，聪明的术士在棋盘上赢了国王无法兑现的麦子，一个算式 $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18466744073709551615$ ，推算出

全世界两千年都难以生產出这麼多麦子。与其说术士赢了麦子，不如说他在给国王补数学课。

我要说的是和这个故事很雷同的梵塔游戏。传说在古代印度，印度教主神梵天在梵塔寺庙中放置了三根金针，其中一根金针上串着从小到大的 64 片圆形金片，他让和尚不分昼夜地移动金片到另一根金针上，而且移动过程也必须从小到大排列。他还立下咒语，当一根金针上的金片全部移到了另一根金针上，梵塔、衆生将在一声霹雳中毁灭。预示着人生苦短，人类也只是宇宙时间长河中的一瞬间，意在规劝人们要在有限的时间里多做善事，少做恶事，寓意很深刻吧。

但是后人经过计算发现，按照梵天神规定的移动法则，移动第 n 张金片就要有 2^n 个步骤，要把所有的金片移动到另一根金针上共需要移动 $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18466744073709551615$ 步，若每秒移动一步，也需要 5800 多亿年。



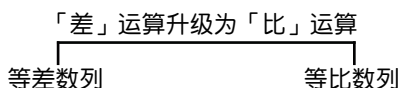
我想梵天神一定是个伟大的数学家，不知道他的咒语是不是灵验。不过他一定没有料到后人都学会了数学，所以知道 5800 亿年是个什麼概念，在这麼漫长的时间件里只做好事的意念开始失守，于是世界上有了邪恶，这可能是梵天神所始料不及的。

实例三：等级森严的三级运算中的玄机

说了前面的两个实例，要想拉近数学和我们的距离，似乎就只能从生活中找原型，从古老的故事中找灵感。其实，数学知识间的类比也可以让数学变得鲜活。

等差数列和等比数列是两个呈现手法一样，但完全并列的两个知识。在学完等差数列时，等比数列似乎就已经浮出水面，进行类比是老师们惯用的手法。但是我们有没有发现初等数学中的三级运算在这两个数列中的微妙变化呢？

看下面的关系图：



定义：

「差」运算升级为「比」运算

$$T(n) - T(n-1) = d \quad \frac{T(n)}{T(n-1)} = r \quad (r \neq 0)$$

(公差) (公比)

通项公式：

「乘」运算升级为「乘方」运算

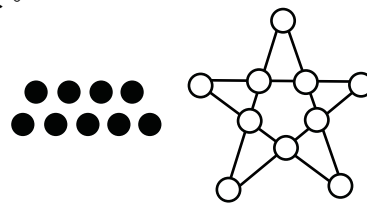
$$T(n) = a - (n-1)d \quad T(n) = a \times r^{n-1}$$

「差」运算升级为「比」运算

虽然，学生从小学到中学已经学习了初等数学中的三级运算，即第一级运算：加和减，第二级运算：乘和除，第三级运算：乘方和开方。但是还是有学生会把四则运算的题目做错，三级运算森严的等级在他们的心中没有建立。通过这个实例，我想学生会运算的等级又有了新的认识，同时也能很好地掌握等差数列和等比数列的知识。

数学知识间的内在联系和区别也是我们拉近数学和我们距离的很好的途径，而这样的类比可以说比比皆是，如分数、商、比之间的，分数与分式之间的，平面几何与立体几何之间的等等，我们何不拿来和数学套个近乎？

最后，我想介绍一个游戏给大家。



这是诸葛亮為张飞设计的游戏。五角星的五个角和五条直线的交叉点上有十个棋子的位置，请你念「一、二、三」，手指着棋盘上任何一条直线数三点，然后在第三个点上摆上一个棋子。但数的时候，第一点和第三点必须是空位置，也不许拐弯。九个棋子都摆了上去，只剩下一个空位，就算胜利结束了。

请试一下！你若成功了，可以分享一下你的心得吗？

听到「数学」你想起甚么？这个名词，

— 師生數學觀大探索

我想到在小學四年級的數學老師—周雪琴主任。因為自從她教我數學，我的成績便突飛猛進。

小四級學生

数量关系的科学紧密结合

数学既是一种文化，也是一种活动，数学性。

数字的排列、并列。代表的是个人意见，但结果是一切、电子

听到数、想起、师的称、提供一个超、至今还在

我想及很多、很难理解、字都是由、化、只要、数学也会

数学、思维是、学生善、热情、坚毅。

我首、几何图、他们不停、转、把我

数学是人类与生俱来的一种能力，但现今的教育把数学变成了通过考试的能力。

中学老师



让我想起钱，因为数学常用于理财。工资没加，而物价增加，就要用「数学」算一算如何节省。

中五級學生

数学是个充满数字、变化很大的世界。数字会随着不同符号而发生变化，看似很乱，但其实乱中有序。只要能掌握规律，任何复杂的算式也有方法计算结果。简言之，只要掌握其法，数学是一个不难的科目。

小六級學生

数学是理科之王，是打开智慧大门的钥匙。你是教数学的，那你就是王中之王哦！不，大家应叫我数学教育服务小生才对！

彭锦元老师

我首先想到的是数学很神奇、美妙，且伟大。数学构成了世界，我们的生活离不开数学。

徐菊华老师

爱动脑筋的人，会喜欢数学。聪明理性的人，会善用数学。喜爱思考的人，会欣赏数学。热爱数学的人，必定是一位好的数学老师。

严莉青老师
顺德联谊总会何日东小学
(下午校)

首先想到的是上数学课，因为我们都十分开心。但当老师教完一课后便会测验，所以开心过后我们都会心惊胆颤。而我们的成绩实在太差，所以老师往往被气得跳起来，也常常责备我们。因此，当教完一课后，我们就会很担心会被老师责骂。

小五級學生

我的人生因「数学」而变得精彩，没有「数学」便没有今天的我。我希望将来能继续以「数学」丰富我的人生、创造我的成就！

戴家慧女士

数位的学习，以数字为语言表达某意义。我会想到「A」字，因为我是应届考生，我希望能在数学科夺A。

中五級學生

数学在你身边，学习数学使你更聪明！

刘志红老师

学习数学就如玩迷宫一样，在外面观察时，感到困难，不知所措；进入迷宫后，又感到迷惘，进退难料。但当找到正确的方向时，则感到乐趣无穷，十分满足。

黄大光老师
保良局志豪小学

数学是无边界的，可以从多方面学习。数学又是一种挑战，每当我完成一道数学题，我就充满成就感！

中一級學生

当数学只是用阿拉伯数字表示时，它是枯燥的；当数学只能用一堆概念原理呈现时，它是抽象的；当数学成了做不完的练习题时，它是乏味的。当数学成为一种游戏的时候，它又是好玩的。好玩的数学对儿童而言，就是一件有意义的事情了。

项法元老师

数学是一门充满活力与生活息息相关的科目。老师在学生身上培养数学逻辑推理及创意能力，是很容易获得成功感与满足感的科目。

周雪琴老师
保良局志豪小学

我想到数字，然后便开始有点晕眩。幼稚园时我的数学测验成绩还不错，但现在已开始下跌。我觉得现在的数学越来越难，复杂得很。不论我如何努力，成绩还是每况愈下，于是我便开始讨厌数学。

小五級學生

数学不仅是打开科学大门的钥匙，也为人们认识世界提供了合理的思维方式。同时，数学思想与数学精神对人的情感、态度和价值观的影响已深入到人们的生活之中。

王利堂老师

选择数学时，以为它是智慧的螺线；学习数学时，以为它是无中生有的虚线；教授数学时，以为它是万事万物的公切线；审视数学时，以为它是枯燥的极限；研究数学时，以为它是深渊的垂线。只有有自己的数学时，才觉得它是快乐的渐近线。

毛美雯老师

我想起那些深奥、很难搞的数学题目，更想起那些智商超高的数学家。总之，在我心目中，数学就是一个令我感到困难的学科。

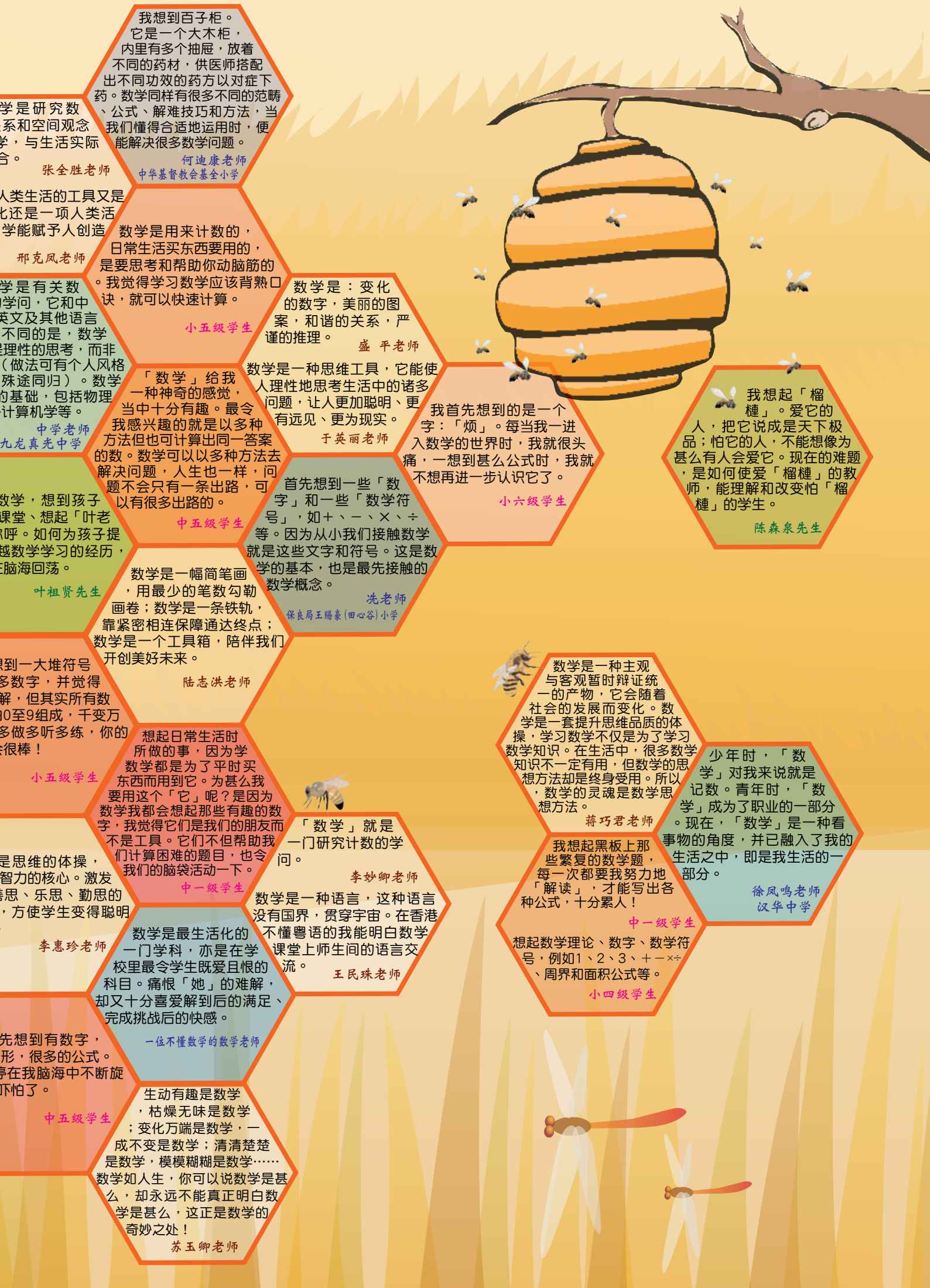
中一級學生

首先想到班上上数学课的情景，班上的同学都会吵吵闹闹，有一种热闹的感觉。然后便会想起每次不在家中吃饭时的情景，因为父母每次都会请我算好价钱才结帐的。

小六級學生

数学很有趣，可令头脑灵活。当解决问题，很有满足感。

中学老师(麦兜)



我想到百子柜。它是一个大木柜，内里有多多个抽屉，放着不同的药材，供医师搭配出不同功效的药方以对症下药。数学同样有很多不同的范畴、公式、解难技巧和方法，当我们懂得合适地运用时，便能解决很多数学问题。

何迪康老师
中华基督教教会基金小学

数学是研究数和空间观念，与生活实际结合。

张全胜老师

人类生活的工具又是数学，数学还是一项人类活动，数学能赋予人创造力。

邢克凤老师

数学是用来计数的，日常生活买东西要用的，是要思考和帮助你动脑筋的。我觉得学习数学应该背熟口诀，就可以快速计算。

小五级学生

数学是：变化的数字，美丽的图案，和谐的关系，严谨的推理。

盛平老师

数学是有关数学的学问，它和中文、英文及其他语言不同的是，数学需要理性的思考，而非感性的思考，而非（做法可有个人风格殊途同归）。数学的基础，包括物理、计算机科学等。

中学老师
九龙真光中学

「数学」给我一种神奇的感觉，当中十分有趣。最令我感兴趣的就是以多种方法但也可计算出同一答案的数。数学可以以多种方法去解决问题，人生也一样，问题不会只有一条出路，可以有更多出路的。

中五级学生

数学是一种思维工具，它能使人理性地思考生活中的诸多问题，让人更加聪明、更有远见、更为现实。

于英丽老师

我首先想到的是一个字：「烦」。每当我一进入数学的世界时，我就很头痛，一想到甚么公式时，我就不想再进一步认识它了。

小六级学生

我想起「榴槤」。爱它的人，把它说成是天下极品；怕它的人，不能想像为甚么有人会爱它。现在的难题，是如何使爱「榴槤」的教师，能理解和改变怕「榴槤」的学生。

陈森泉先生

想到孩子课堂、想起「叶老师」的呼。如何为孩子超越数学学习的经历，脑海回荡。

叶祖贤先生

数学是一幅简笔画，用最少的笔数勾勒画卷；数学是一条铁轨，靠紧密相连保障通达终点；数学是一个工具箱，陪伴我们开创美好未来。

冼老师
保良局王赐豪(田心谷)小学

首先想到一些「数字」和一些「数学符号」，如+、-、×、÷等。因为从小我们接触数学就是这些文字和符号。这是数学的基本，也是最先接触的数学概念。

冼老师
保良局王赐豪(田心谷)小学

看到一大堆符号多数字，并觉得难解，但其实所有数字由0至9组成，千变万多，多做多听多练，你的数学很棒！

小五级学生

想起日常生活时所做的事，因为数学都是为了平时买东西而用到它。为甚么我要用这个「它」呢？是因为数学我都会想起那些有趣的数字，我觉得它们是我们的朋友而不是工具。它们不但帮助我们计算困难的题目，也令我们的脑袋活动一下。

中一级学生

「数学」就是一门研究计数的学问。

李妙卿老师

数学是一种主观与客观暂时辩证统一的产物，它会随着社会的发展而变化。数学是一套提升思维品质的体操，学习数学不仅是为了学习数学知识。在生活中，很多数学知识不一定有用，但数学的思想方法却是终身受用。所以，数学的灵魂是数学思想方法。

蒋巧君老师

少年时，「数学」对我来说就是记数。青年时，「数学」成为了职业的一部分。现在，「数学」是一种看事物的角度，并已融入了我的生活之中，即是我生活的一部分。

徐凤鸣老师
汉华中学

是思维的体操，是智力的核心。激发思考、乐思、勤思的，方便学生变得聪明。

李惠珍老师

数学是最生活化的一门学科，亦是在学校里最令学生既爱且恨的科目。痛恨「她」的难解，却又十分喜爱解到后的满足、完成挑战后的快感。

一位不懂数学的数学老师

数学是一种语言，这种语言没有国界，贯穿宇宙。在香港不懂粤语的我能明白数学课堂上师生间的语言交流。

王民珠老师

我想起黑板上那些繁复的数学题，每一次都要我努力地「解读」，才能写出各种公式，十分累人！

中一级学生
想起数学理论、数字、数学符号，例如1、2、3、+-×÷、周界和面积公式等。

小四级学生

先想到有数字，图形，很多的公式。停在我脑海中不断旋转怕了。

中五级学生

生动有趣是数学，枯燥无味是数学；变化万端是数学，一成不变是数学；清清楚楚是数学，模模糊糊是数学……数学如人生，你可以说数学是甚么，却永远不能真正明白数学是甚么，这正是数学的奇妙之处！

苏玉卿老师

大香港小故事之排队

清早，我脚步匆匆地赶到巴士站，希望可以早一点踏上上班的巴士，但我更焦急的是要找到候车人龙的尾端。看着和我一样要赶着上班的香港人默不做声地、扮出很悠闲状地排队，我一边感叹着香港人排队的涵养和心态，一边也被感染着心平气和地排起队来。

在香港的公共场所，二人以上在同一时间、同一地点、做同一件事的，最常见的情形就是排队。乘电梯——排队；上洗手间——排队；购物付款——排队；在公园里参加活动项目——排队……这里既没有标志，也没有维持纪律的人，就像是人们一种自然的条件反射。可以说，在香港，排队就是一种习惯动作。

在香港，我有两次排长队达两个多小时的经历。一次是为了领取登上瑞典哥德堡号仿古游船的参观票，另一次是为了领取解放军战友文工团庆祝香港回归十周年的大型演出入场票。因为都是免费派发的，又在休息日，所以吸引了大批港人排队领票。我们也去凑了个热闹，倒真让我们领略了香港人的排队本色。

就说说我们在中环驻港部队领票的经历吧。我们来港交流教师一行三人早上7:25分赶到领票处的时候，队伍已经绕着驻港部队围墙整整一圈了，这时我们才知道，有人在前一天夜里就来排队了。我们按照顺序排上队，不一会后面就接上了长龙。这时有服务的警员来打招呼，说我们这里可



能拿到票了，但是大家要不要排队就悉随尊便。在我们失望和犹豫的时候，排在我们后面少说也有上千人的队伍纹丝不动的执着劲，坚定了我们继续排下去的信心。

9点钟开始派票时，拿到票的人路过我们这里时也善意地提醒说，这里可能拿不到票了，但是整个队伍像是被一根细绳拴牢了一样，没有一丝动摇和动乱，继续有序地前移。而且仿佛这是一根连续不断的绳子，没有一个缺口让你担心会插进一个人来；这还是一根顽固的绳子，大有不派完最后

毛美雯老师
内地交流人员

一张票不散伙的力量。我感叹，我激动，感叹这根无形胜似有形的「细绳」，激动自己能身在其中。

真是惊险，票派到我们后正好派完，我们欢呼起来，比中了六合彩的头奖还高兴。回头再看身后的长龙，他们对我们露出羡慕的微笑，然后各自散去，没有抱怨，甚至没有叹息。大家仿佛是临时吸附在一根细绳上的水珠，结束了，绳子的一端轻轻一抖，水珠儿就各自散开，融入到各自的生活小溪中去了。

原本枯燥和漫长的排队竟如此有诗意和让人难忘，这应该就是排队的本色——文明的魅力吧

2007年7月15日 於香港

润物无声

— 不同文化背景下的教育差异

常听说西方人的课堂，学生相当自由，我既羡慕又好奇。这次来香港，有机会造访一所国际学校，亲身经历了一节课，感觉新鲜之余，感慨颇多。

有一个教学环节，他们是这样设计的：全体学生站起来，抢答计算题。我们的做法一般是谁抢到了，答对了，便可坐下来，最后一名站立者无疑成了此次比赛的失败者。而她们的做法是谁答对了，仍然站着，却有权选择最具竞争力的对手坐下来。如此比拼，最后一名站立者便是班内的最强者。做法的不同，突显出东西方文化背景的差异。在西方，经常进行竞选活动，竞争无处不在，他们知道只有逐个减少竞争对手，最终方能显出英雄本色。而我们，或许学生关心的是赶紧抢答一题，早点过关了事，坐享其成，而最后的一位则在众目睽睽之下成了输家。同是最后的

站立者，不同的感受，异样的评价……

不过，他们在让竞争对手坐下的时候，采用的是枪击方式。随着「××，啪」的声音，对方做应声倒下状并顺势坐下。由此，我仿佛找到了西方校园枪击事件时有发生的原因。教育的作用是潜移默化、润物无声，课堂中的枪击举动或许是学生的娱乐之举，但不能排斥此举会在个别学生心目中不断累积，逐步膨胀，继而引发流血事件。

让枪击举动远离课堂！

于英丽老师
内地交流人员



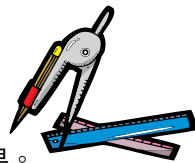
课堂真象？

王利堂老师
内地交流人员



记得北京大学一个教授曾经与我分享了一个课堂实例，颇令人感慨，所以借此机会与各位分享。该课堂上，老师要求学生透过动手实践，找出圆周率。情况如下：

- 学生1 - 已事先知道答案，没有动手做。
- 学生2 - 寻找捷径，在翻书找答案。
- 学生3 - 认真测量，动手操作。
- 学生4 - 帮「倒忙」，搞破坏。



一段时间过后，老师问学生取得了甚么结果。

学生1(担心说出正确答案会被怀疑)：「答案是 3.12。」

老师(很高兴)：「你做的很认真，答案很接近了。」

老师继续问其他学生，而答案分别有3.11、3.17、3.15……

然后，老师期待着一些新的答案，便问学生4。

学生4(很茫然，学生2悄悄告诉他「3.14」)：「我的答案是 3.14。」

(班上突然变得一片寂静，学生好像也在期待着什么似的)

教师(兴高采烈)：「太棒了！你做的很认真，3.14就是圆周率的近似值。大家为他鼓掌。」

教师：「其他同学还有不同的答案吗？」

学生3(很慌张，小声说)：「老师，我测算出的数值是 2.89。」

(全班一片哗然，有学生不怀好意的哄笑)

老师：「同学们，做事情一定要认真，学习上可不能马虎，否则你怎么能追求真理呢……」

教学点滴

— LCM 及 HCF (拔尖教材)

(一) 难题例子

难题例子一

史提夫 (Steve) 有一部坏的计算机。当刚开启，它显示 0。若按「+」键它便加 51。若按「-」键它便减 51。若按「×」键它便加 85。若按「÷」键它便减 85。其他键不能运作。史提夫开启计算机。此计算机可得最接近 2003 的数是多少？(澳洲数学竞赛试题 2003 年初级组)

解答：51 与 85 的 HCF 为 17

此计算机所显示的数必为 17 的倍数

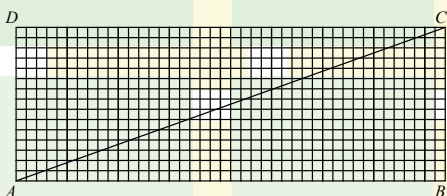
$$2(5 \times 17) - 3(3 \times 17) = 2(85) - 3(51) = 17$$

此计算机可显示全部 17 的倍数

2003 除以 17 $\approx 117.8 \dots$

$$118 \times 17 = 2006 \text{ (答案)}$$

难题例子二



在一个 $15\text{cm} \times 42\text{cm}$ 的长方形 $ABCD$ 内绘制网格(如上图)，每个组成的小格均为 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ 的正方形。问对角线 AC 共穿过了多少个小正方形？

解答：若网格是 $n \times m$ 格，则对角线穿过小正方形的数目为

$$n + m - (n \text{ 与 } m \text{ 的 HCF})$$

所以，答案是： $15 + 42 - 3 = 54$

(二) 教材分析

1. 课题选择原因：

LCM 及 HCF 无论于数学竞赛，抑或初中课程(分数加减的通分母技巧)均有一定的重要性。

2. 学习目标：

通过对 LCM 及 HCF 的深入了解，希望同学可以解决前述两个难题。

(1) 学生必备知识：

因数及倍数的概念；LCM、HCF 的概念；因数分解；比与分数的关系。

(2) 教学难点：

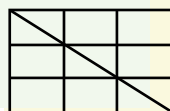
上述两难题的严格解法对初中生来说是比较困难，需要使用较模糊的介绍方法。

LCM、HCF 的概念；因数分解已在小学课程中删除(2002年新课程)。

(三) 化解难点的方法

对于难题例子2，可通过如下分析：

我们知道，只要是 $n \times n$ 个小正方形或小长方形构成的图形，其对角线恰好穿过对角上的每一个图形。利用这一规律，我们首先把 15×42 这个长方形变成 $n \times n$ 的形式，因为 15 与 42 的 HCF 是 3，所以，原长方形可分成 3×3 的长方形。示图如右：



可知图中每个小长方形的长都是 $(42 \div 3) = 14$ 个小方格，宽都是 $(15 \div 3) = 5$ 个小方格。如能算出其中一个小长方形对角线穿过的小正方形数，再乘以 3 即可得出原题的答案。通过画图我们可以发现一个 14×5 的长方形，对角线可穿过 18 个小正方形，而 18 是否具有某些规律呢？

我们不妨对此特例作一番探究(图略)，列表如下：

长方形类型	长宽之和	对角线穿过的小正方形数目
2×3	5	4
3×5	8	7
4×7	11	10
5×9	14	13
6×11	17	16
7×13	20	19
.....

发现：这种「类型」的长方形，对角线穿过的小正方形的个数 = 长 + 宽 - 1。推知， 42×15 这个长方形的对角线一共穿过 $(14 + 5 - 1) \times 3 = 48$ ，即 $42 \times 15 - 3$ 个小正方形。至此，原题迎刃而解。即若网格是 $n \times m$ 格，则对角线穿过小正方形的数目为 $n + m - (n \text{ 与 } m \text{ 的 HCF})$ 。

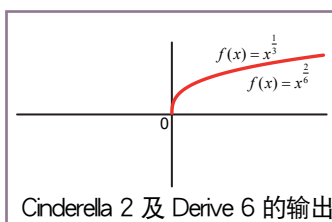
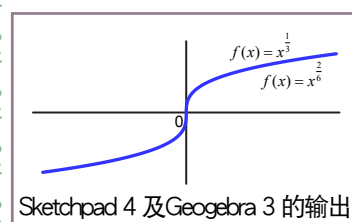
吕成群老师
劳工子弟中学

上期文章「 $(-8)^{\frac{1}{3}} = 2$?」的回应

上期的文章提及 $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$ ，算法看来很合理，但结果却明显与事实不乎！究竟是哪个等号出问题呢？

笔者尝试透过比较函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 及 $f(x) = x^{\frac{2}{6}}$ 的图像，探讨这个问题。

笔者找了4个数学软件，包括 Sketchpad 4、Geogebra 3、Cinderella 2 及 Derive 6，绘画以上的两个函数图像，结果如下：



这显示着，不同软件对函数的定义域有不同的理解。对 Cinderella 及 Derive 来说， $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 及 $f(x) = x^{\frac{2}{6}}$ 只在非负数中有定义，说明 $(-8)^{\frac{1}{3}}$ 不应在实数系中定义。利用 Sketchpad 及 Geogebra 计算，得 $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = -2$ ，而 Cinderella 及 Derive 的计算，则为 $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = 1 + \sqrt{3}i$ ，正好说明要深入看一看「指数函数」有没有定义域上的要求。

软件的计算结果，虽不能证明数学事实的真伪，但却显示出不同层次的数学思考。这四个软件中，Derive 相对是较高阶的数学应用程式，有兴趣的读者们，可以看看更高阶的软件，如 Mathematica 或 Maple 等的计算结果吧！

陈森泉、罗百庆
高级学校发展主任
(中学校本课程发展组)

剖析课本例题，培养学生分析问题和解决问题的能力

培养创新意识和思维能力是目前教育改革，实施素质教育的重要任务之一，它要求教师在日常教学中持之以恒地认真钻研教材，合理创设问题情景，加强思维训练，并积极探索规律，改进教学方法，优化教学过程。在数学教学中，教师若能恰当地把握传授知识与提高能力的关系，运用灵活的教学方法，充分发挥课本的功能，就可以事半功倍，提高课堂效率。现行数学教材的特点之一就是创设各种问题情景，降低教学的难度，使数学问题与现实紧密联系。在课本教学实践中，若能抓住课本这个「纲」，在课本教学上狠下功夫，减少复习资料，不搞题海战术，既减轻学生负担，又培养了学生的多种能力。

本文就课堂教学中，如何剖析课本例题，培养学生分析问题和解决问题的能力进行探究，以期能对老师们的例题教学有所帮助。

教材中所选的例题通常都是很典型的，是经过精选，具有一定的代表性的。例题教学占有相当重要的地位，搞好例题教学，特别是搞好课本例题的剖析教学，不仅能加深对概念、公式、定理的理解，而且对培养学生发现问题、抽象思维能力以及解决问题的能力等方面能发挥其独特的功效。

例题的剖析主要从三个方面进行：

一、横向剖析：即剖析例题的多解性。课本上的例题一般只给出一种解法，而实际上许多例题经过认真的横向剖析，能给出多种解法。如果我们对课本例题的解法来一个拓宽，探索其多解性，就可以重现更多的知识，使知识形成网路。这样，一方面起到强化知识的作用，另一方面培养了学生的求异思维和发散思维的能力。课堂上剖析例题的多解性，还可以集中学生的学习注意力，培养学生的好习惯。

二、纵向剖析：即分析例题从已知到结论涉及哪些知识，例题中哪些是重点、难点和疑点，例题所用的数学方法和数学思想是什么，甚至哪一步是解题关键，哪一步学生容易犯错误，事先都要有周密的考虑。我以下面的课本例题为例：已知函数 $f(x)$ 是奇函数，而且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，求证： $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上也是增函数。这个例题难度虽然不大，但对于刚步入高中的学生来说是很难理解的。本例题涉及的知识有区间概念，不等式性质，函数奇偶性，函数单调性；重点是比较大小；难点是区间转化；疑点是变数代换；所用数学方法是定义法；数学思想是转化思想。本例题的成败关键，就是让学生突破难点和疑点。因为转化思想和变数代换是高中数学的一个质的飞跃，对于高一学生是很陌生和不习惯的。如果教师能把课本中例题剖析得透一些，讲解得精一

些，引导学生积极思维，使学生真正领悟，则必将提高学生的解题能力，使学生摆脱题海的困境。

三、「变题」剖析：即改变原来例题中的某些条件或结论，使之成为一个新例题。这种新例题是由原来例题改编而来的，称之为「变题」。改编例题是一项十分严谨、细致而周密的工作，要反复推敲，字斟句酌。因此，教师如果要对课本例题进行改编，必须在备课上狠下功夫。「变题」已经成为中学数学教学中的热点，每年的「高考」试题中都有一些「似曾相识」的题目，这种「似曾相识题」实际上就是「变题」。教师如果也能像高考命题一样去研究「变题」，那么必将激发学生的学习情趣，培养学生的创造能力。当然，在研究「变题」时，除了上面所述的严谨性、科学性以外，还应当注意以下几点：(1)要与「主旋律」和谐一致，即要围绕教材重点、难点展开，防止脱离中心，主次不分；(2)要变化有度，即注意审时度势，适可而止，防止枯蔓过多，画蛇添足；(3)要因材而异，即根据不同程度的学生有不同的「变题」，防止任意拔高，乱加扩充。

刘志红老师
内地交流人员

访问园地



陈：陈森泉先生 苏：苏碧婷校长

(.....续第一页)

陈：若教师欠缺主动性，工作便会流于形式化，这个问题可以解决吗？

苏：这就需要校长及中层管理人员主动领导。推行计划，必须给参与者实质及具体的工作任务，切忌空谈。每位参与备课的教师，都需要自行完成某一单元的教学设计，并有机会主持备课会。要提高主动性，事前的计划和部署是不可或缺的。

陈：要使计划顺利进行，校长要担当怎样的角色呢？

苏：校长应与内地交流人员保持紧密的沟通，了解他的专长和想法，并努力地向学校教师推介。在部署工作方面，校长必须与科主任采取主动，营造和谐的工作气氛。校长也可以通过教职员会议，汇报内地交流人员的工作情况，一方面替内地交流人员建立鲜明的形像，另一方面让其他老师也能了解计划的进度，肯定参与计划的老师付出的努

力和成就，同时也鼓励其他科组发展教研文化。

陈：部分学校的教师建议，让交流人员帮忙「拔尖」，或者主持奥数训练班，在提升学生成绩方面，便有立竿见影的成效。你怎样看呢？

苏：内地交流人员的服务对象是教师，不是学生，这样才能让计划成果不会因交流员离开而消失。好好利用这一年的时间，让部分教师先「富」起来，长远来说，学生也会受惠。

陈：苏校长可否提供一些改善建议，让我们把计划做得更好？

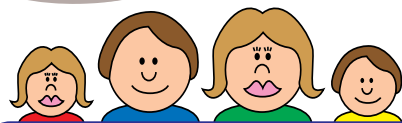
苏：我认为一年的时间比较短，两年时间才有利于成果在学校植根。再者，加强参与计划的学校的教师的互相联系，也有助成果的延续。

编者的话：

今期的通讯，有了一个小小的突破，就是多一些香港教师的文章，然而，篇幅略嫌短一点，但不失是一个好的开始。今期通讯的其中一个主题，是探讨不同人对数学的观感。我们搜集了内地和香港数学教师的意见，也收录了学生的意见，让读者们窥探一下他们的想法。因篇幅有限，很多投稿都未能尽录，确有一点儿遗憾。

出版本通讯的目的，是为数学教学同工们，提供分享及讨论具体教学问题的平台。衷心邀请大家拨冗撰稿，投稿请电邮至 vscchan@edb.gov.hk 及 kwtai@edb.gov.hk，并附上联络方法。

陈森泉



编委会成员：

叶祖贤、陈森泉、戴宗慧
曾宇丹、何燕萍、张全胜、毛美雯

