

# 數學教學通訊

第二期

出版：教育局 校本專業支援組 地址：新界上水龍琛路39號上水廣場18樓1813室 電話：2152 3217 傳真：2152 3223



## 蘋果會不會下去？



**前**幾天的一次數學教研活動，談到「在教學中如何體現學生的主體地位」這個問題。老師們的交流也給了我啟發：認為以學生為主體是有教育規律的，學生雖然是受教育者，但老師只能幫助學生學習，而不能代替學生學習。學生才是學習真正的主人。教師在教學中所採用的一切方式方法，都是要經過學生理性分析和情感的過濾，他覺得教師的方式方法是對他有利的，他才能接受。因此尊重學生的主體地位，讓學生自覺地學、主動地學、有興趣地學，教學才有成效。下面我就舉一個這樣有趣的案例。

在教「長方體的體積」時，教材中安排了一節計算「不規則形狀物體的體積」的實踐活動課。教材呈現的例子是將一個蘋果放入裝有水的長方體容器中，當蘋果沉入水裏後，觀察水位的變化來計算蘋果的體積。

課上，劉老師專門準備了長方體的容器和幾個大小不同的蘋果。當學生們懷著好奇的心聚精會神地觀看實驗的時候，意外發生了——蘋果浮起來了。「換其他幾個蘋果試一試」學生紛紛嚷著。結果他依次放了5個蘋果，卻沒



有一個蘋果沉下去的。看到這裏學生們都哄笑了起來。劉老師也沒有預料到，於是他看了看大家，想了一會兒說：「蘋果浮起來了，那還能夠用這種方法測量它的體積嗎？」一個問題讓原本沸騰的教室一下子變得寂靜。同學們你看看我，我看看你，皺起了眉頭，不一會兒一個個精彩的方案卻從學生的小腦袋裏蹦了出來：可以把蘋果上栓一個鐵塊就可以進行實驗了，測量出體積後再減去鐵塊的體積就可以知道蘋果的體積了；也可以用一根很細的鐵絲把蘋果按到水底估算出蘋果的體積。還有更絕的，如果把水換成油，蘋果會不會沉下去呢？看來當孩子們用心

來思考問題的時候，他們的想像力是令人驚訝的。

我很敬佩劉老師精湛的教藝。他不評價學生的大笑，而是巧妙的將學生的笑轉化為探究問題的動力，從而獲得了許多書本之外的奇思妙想。這節課以學生的實踐活動為載體，通過學生探究發現了許多書本上沒有介紹的測量不規則物體體積的方法，發展了學生的思維，豐富了學生的知識，更重要的是讓學生體會到書本上的知識也是要經過實踐來檢驗的。我想劉老師正是尊重兒童的真實情感、滿足了兒童的好奇心、激發了學生的探究慾、開放了學生的思維、創造了學生展示才華的空間才使這節課達到了如此好的效果。這就是尊重學生主體的結果。

 徐菊華老師  
內地交流人員

## 訪問內地



**蘇**校長去年是東華三院王余家潔小學的校長，今年轉到順德聯誼總會何日東小學(下午校)出任校長。巧合的是兩所學校，都在蘇校長就任期間參與了數學科的「內地與香港教師交流協作計劃」，使她有深刻的體會，而她在兩間不同學校開展計劃的經歷，相信對同工們必定有很好的參考價值。以下是我們跟蘇校長的一席話：

**陳**：我與內地交流人員合作了一年多，他們常常提及香港學校的教研氣氛較為薄弱。在數學科，你認為這是一個普遍現象嗎？

**蘇**：對，在數學科推展教研工作是比較難，這是因為小學數學科教師的師資培訓不夠專門，可以說任何教師都可以教數學，這便不能保證教學質量了。老師可能因為欠缺充足的數學本科知識、以致過於依賴教科書。

陳：陳森泉先生

蘇：蘇碧婷校長

**陳**：可否透過共同備課會，促進教師這方面的專業發展呢？內地交流人員能否起著推動作用？

**蘇**：因為教科書的配套很齊全，每一個課題都列明教學步驟，教師基本上不用備課就可以上課，共同備課會的討論內容，往往側重在行政方面，較少針對學生學習難點及數學概念教學的處理。內地交流人員的教學功夫很紮實，學科知識豐富。內地交流人員的出現，使備課會的討論變得專業，教師們真的得到很多啟發。

**陳**：內地很注重說課、觀課和評課，你認為這種文化為學校帶來怎樣的變化？

**蘇**：香港教師的確沒有這樣的文化，情

況也因校而異，但我相信香港大部分教師都有一個共通點：只要是對學生有好處，教師總會願意改變。只要方法合適，能堅持，我相信頑石也會點頭的。說課、觀課、評課的進行，與備課是分不開的。當中最重要，是內地交流人員能坦白指出課堂教學的問題，學生學習上的問題，讓教師能認清學生的學習難點，抓住教學的核心。

(.....接第八頁)



蘇校長(右二)與本組同事合照

### 今期焦點：

1. 「數學」令你想起甚麼？ 頁4
2. 課堂真象？ 頁6
3. 香港教師談拔尖 頁7
4. 『=』困惑的回應 頁2
5.  $(-8)^{\frac{1}{3}} = 2$  的回應 頁7

# 提高學生計算準確性真的很難嗎？



邢克鳳老師  
內地交流人員

**在**與香港教師交流、看數學科主任學年總結及新學期計劃的過程中，很多老師把「如何提高學生的計算準確性」作為急於解決的問題之一。

學生在計算中常出現寫錯數位、抄錯符號；加法忘了進位、減法忘了退位；加法做減、乘法做除；有時會出現一些無法理解的錯誤。一些家長對此「粗心大意」的現象束手無策，一些教師也認為提高學生計算準確性是很難的。

提高學生計算準確性真的很難嗎？我有以下的建議，大家可以嘗試一下。

## 一、加強口算

口算是筆算的基礎，每節數學課抽出3至5分鐘做一些口算題。開始時少練幾道，然後逐漸增加。老師可以採取定時、定量練習的方法；形式可以限時筆答、限時搶答，定期評價、及時鼓勵。

如：在學習小數運算知識後，設計了這樣一些口算卡片，讓學生練習。

$0.7 \times 4 =$	$0.8 + 0.6 =$	$1 \div 0.4 =$
$0.7 + 0.13 =$	$60 \times 0.5 =$	$1 - 0.58 =$

## 二、熟記常用資料

常用的一些資料是計算的基礎，也是計算的工具。如果學生熟記一些常用資料，則有助於正確、迅速、合理、靈活地計算。

1. 熟記和、積為整百、整千的特殊資料，如  $25 \times 4 = 100$ 、 $125 \times 8 = 1000$ 。學生熟記了以上資料後就自然地遷移到  $2.5 \times 4$ 、 $12.5 \times 8$ 、 $100 \div 4$ 、 $1000 \div 12.5$  等。
2. 熟記 1 - 20 的平方數、1 - 5 的立方數。
3. 熟記常用的分數、小數、百分數的互化，如  $\frac{1}{4} = 0.25 = 25 \div 100$ 。
4. 理解和掌握有關「0」和「1」的計算特徵，以提高計算的速度和正確率。

## 三、提倡演算法多樣化

由於學生的認知水平不同，處理相同的問題時往往會出現不同的計算方法。讓學生充分展示不同演算法，相互交流，共同提高。

例如：在計算  $287 - 98$  時，出現了這些演算法：

- (1) 用豎式計算。

(2) 把 287 分成 200 和 87，用  $200 - 98 = 102$ ， $102 + 87 = 189$ 。

(3) 把 98 看成 100，用  $287 - 100 + 2 = 189$ 。

(4) 把 287 看成 300，用  $300 - 98 - 13 = 189$ 。

再如：計算  $32 \times 125$  時，可以把 32 寫成  $8 \times 4$ ，即  $125 \times 8 \times 4 = 1000 \times 4 = 4000$ 。也可以寫成  $8 \times 4 \times 25 \times 5 = 8 \times 100 \times 5 = 40 \times 100 = 4000$ 。在交流中學生進一步理解算理、演算法，還會從中選擇最佳方法計算。

## 四、重視估算

估算可以培養學生的「數感」；可以對計算的結果做預先判斷、確定取值範圍；可以幫助學生檢查計算的結果是否正確、合理；可以減少由於粗心大意造成的錯誤。如  $5.7 \times 0.9$  結果小於 5.7，積的小數部分有兩位小數。

再如分數計算：  
 $6\frac{1}{6} - 4\frac{4}{9}$  先估值：先看整數部分  $6 - 4 = 2$ ，再看分數部分  $\frac{1}{6}$  比  $\frac{4}{9}$  小，不夠減，應從整數部分借 1，結果應比 2 小比 1 大。

## 五、養成良好的計算習慣

在計算時，要求學生要做到一看、二想、三算、四查。

一看：看清每個數和每個運算符號。

二想：想出資料特點與運算的關係，選擇合理的方法。

三算：按運算順序逐步認真地進行計算。

四查：要及時檢查資料、運算符號是否抄錯；括弧、小數點是否漏寫；方法是否合理；計算結果是否正確。

## 六、激發計算興趣

計算題比較抽象、枯燥，因此練習計算的形式要多樣化，如計算、選擇、判斷等。老師可根據年級特點適時組織一些比賽活動。如：接龍比賽，搶答比賽等，還可以請學生每天記錄自己計算準確率和時間，每週做一次統計總結。教師給予及時評價和獎勵，這樣便可以培養學生計算興趣、增強競賽意識、提高計算準確率。

總之，只要教師精心設計、正確引導、持之以恆，學生的計算能力一定會得到提高。

## 上期文章「等號表示相等嗎？」的回應

看了一篇「從一道小數除法的計算說起」而有以下的思考——

篇中提出了以下兩道除數及其答案：  
 $50 \div 2.6 = 19 \dots 0.6$  及  $500 \div 26 = 19 \dots 6$

但我們知道  $50 \div 2.6$  和  $500 \div 26$  是相等的(小學也學過擴分)；那麼，豈不是可以寫成  $19 \dots 0.6 = 50 \div 2.6 = 500 \div 26 = 19 \dots 6$ ，首尾兩個寫法是不是真的相同呢？

我個人相信「被除數 ÷ 除數 = 商數...餘數」的寫法是不當的，原因是當中的等號並不適用於這個表示法，也即是不能用「等式」的寫法表示最後結果，而應該用「文字方式」來表示就可以了。

例如計算  $500 \div 26$ ，只要把答案寫成「商數 = 19，餘數 = 6」就可以了。

羅百慶  
高級學校發展主任  
(中學校本課程發展組)

$$\begin{aligned} 50 \div 2.6 & \quad (i) \\ = 500 \div 26 & \quad (ii) \\ = 19 \dots 6 & \quad (iii) \end{aligned}$$

問題出在哪裡呢？

我個人認為  $50 \div 2.6 = 500 \div 26$  是根據商不變性質，所以該等式成立。而  $500 \div 26 = 19 \dots 6$  是用商和餘數兩個部分的形式表達了計算結果，所以該等式也成立。但是，(i) 到 (ii) 和 (ii) 到 (iii) 是兩回事，它們不能在同一個遞等式裡出現，因此遞等式應該這樣寫：

$$\begin{aligned} 50 \div 2.6 & \quad (i) \\ = 500 \div 26 & \quad (ii) \\ = 19 \frac{3}{13} & \quad (iii) \end{aligned}$$

這樣的話，(i) 到 (ii) 是根據商不變性質，而 (ii) 到 (iii) 則用商的形式回答了整個計算結果。這樣，整個計

算過程都是從商的角度來表達計算結果，遞等式便成立了。

我們回顧上期的案例可知，寫這個遞等式的人是為了解決有餘數除法文字題，把計算的結果用商和餘數兩個部分來表示。從有餘數除法計算的思考過程來看，被除數和除數同時擴大，商不變，但這時的餘數已經變了。大家知道，(i) 式所對應的餘數是 0.6，而 (ii) 式所對應的餘數是 6，而  $50 \div 2.6$  的結果「19本...0.6厘米」亦不等於  $500 \div 26$  的結果「19本...6厘米」。因此，案例中的不應寫(ii)式，而直接寫成  $50 \div 2.6 = 19(\text{本}) \dots 0.6(\text{厘米})$ 。

導致上面案例錯誤的誤區是：認為凡是利用商不變性質，結果都一樣。但實際上，利用商不變性質，只是商不變。

蔣巧君老師  
內地交流人員



# 拉近數學和我們的距離

**我**在上一期的《數學通訊》的〈數學和生活有多近？〉一文裏說了幾個課堂教學中的反例，讓我們體會到數學和生活還是有距離的。但是看到距離並非要我們束手束腳，或對數學敬而遠之，而是要我們在知道了數學和生活的本質區別後，尋找合適的途徑來拉近數學和我們的距離。

其實我們的教科書上就有很多很好的範例，可以看出大家想靠近數學的願望和所付出的努力。下面我和大家一起分享我收集的一些實例。

### 實例一：從八卦圖中解讀二進制

自從電腦使用了二進制語言後，它像著了魔一樣神通廣大，人們不得不對電腦創始人萊布尼茲肅然起敬。其實，萊布尼茲是從中國的《易經》中發現八卦圖中的 64 卦就是從 0 到 63 的二進制寫法。

卦圖	☰	☱	☲	☴	☵	☶	☷
圖名	坤	震	坎	兌	艮	離	巽
二進數	000	001	010	011	100	101	110
十進數	0	1	2	3	4	5	6



八卦圖中的「--」是陰爻，可以對應 0；「—」是陽爻，可以對應 1。從裏往外讀，八卦圖上的圖案正好對應著 0、1、2、3、4、5、6、7，然後再從中任取兩個可以組成另外的 56 個數位，一共就是 0-63 的二進制寫法，也就是八八六十四卦了。

不知道是我們的祖先們的先知先覺，還是純屬巧合，這怎麼都讓我們讚歎不已，也讓我們浮想聯翩。在這樣的情境中學習二進制，一定對數學、電腦，甚至《易經》都會有所感悟。

### 實例二：揭開梵塔遊戲的神秘面紗

在學習等比數列時，教科書上都有印度古老的傳說故事，聰明的術士在棋盤上贏了國王無法兌現的麥子，一個算式  $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18466744073709551615$ ，推算出全世界

兩千年都難以生產出這麼多麥子。與其說術士贏了麥子，不如說他在給國王補數學課。

我要說的是和這個故事很雷同的梵塔遊戲。傳說在古代印度，印度教主神梵天在梵塔寺廟中放置了三根金針，其中一根金針上串著從小到大的 64 片圓形金片，他讓和尚不分晝夜地移動金片到另一根金針上，而且移動過程也必須從小到大排列。他還立下咒語，當一根金針上的金片全部移到了另一根金針上，梵塔、衆生將在一聲霹靂中毀滅。預示著人生苦短，人類也只是宇宙時間長河中的一瞬間，意在規勸人們要在有限的時間裏多做善事，少做惡事，寓意很深刻吧。

但是後人經過計算發現，按照梵天神規定的移動法則，移動第  $n$  張金片就要有  $2^n$  個步驟，要把所有的金片移動到另一根金針上共需要移動  $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 = 18466744073709551615$  步，若每秒移動一步，也需要 5800 多億年。



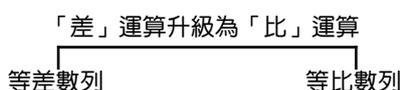
我想梵天神一定是個偉大的數學家，不知道他的咒語是不是靈驗。不過他一定沒有料到後人都學會了數學，所以知道 5800 億年是個什麼概念，在這麼漫長的時間件裏只做好事的意念開始失守，於是世界上有了邪惡，這可能是梵天神所始料不及的。

### 實例三：等級森嚴的三級運算中的玄機

說了前面的兩個實例，要想拉近數學和我們的距離，似乎就只能從生活中找原型，從古老的故事中找靈感。其實，數學知識間的類比也可以讓數學變得鮮活。

等差數列和等比數列是兩個呈現手法一樣，但完全並列的兩個知識。在學完等差數列時，等比數列似乎就已經浮出水面，進行類比是老師們慣用的手法。但是我們有沒有發現初等數學中的三級運算在這兩個數列中的微妙變化呢？

看下面的關係圖：



定義：

「差」運算升級為「比」運算

$$T(n) - T(n-1) = d \quad (\text{公差}) \qquad \frac{T(n)}{T(n-1)} = r \quad (r \neq 0) \quad (\text{公比})$$

通項公式：

「乘」運算升級為「乘方」運算

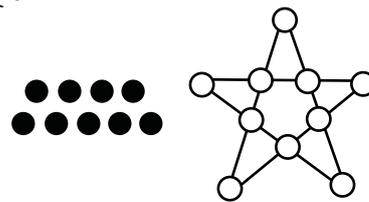
$$T(n) = a - (n-1)d \qquad T(n) = a \times r^{n-1}$$

「差」運算升級為「比」運算

雖然，學生從小學到中學已經學習了初等數學中的三級運算，即第一級運算：加和減，第二級運算：乘和除，第三級運算：乘方和開方。但是還是有學生會把四則運算的題目做錯，三級運算森嚴的等級在他們的心中沒有建立。通過這個實例，我想學生會對運算的等級又有了新的認識，同時也能很好地掌握等差數列和等比數列的知識。

數學知識間的內在聯繫和區別也是我們拉近數學和我們距離的很好的途徑，而這樣的類比可以說比比皆是，如分數、商、比之間的，分數與分式之間的，平面幾何與立體幾何之間的等等，我們何不拿來和數學套個近乎？

最後，我想介紹一個遊戲給大家。



這是諸葛亮為張飛設計的遊戲。五角星的五個角和五條直線的交叉點上有十個棋子的位置，請你唸「一、二、三」，手指著棋盤上任何一條直線數三點，然後在第三個點上擺上一個棋子。但數的時候，第一點和第三點必須是空位置，也不許拐彎。九個棋子都擺了上去，只剩下一個空位，就算勝利結束了。

請試一下！你若成功了，可以分享一下你的心得嗎？



學是研究數  
係和空間觀念  
學，與生活實際  
合。

張全勝老師

我想到百子櫃。  
它是一個大木櫃，  
內裏有多個抽屜，放着  
不同的藥材，供醫師搭配  
出不同功效的藥方以對症下  
藥。數學同樣有很多不同的範疇  
、公式、解題技巧和方法，當  
我們懂得合適地運用時，便  
能解決很多數學問題。

何迪康老師  
中華基督教會基全小學

人類生活的工具又是  
化還是一項人類活  
學能賦予人創造

邢克鳳老師

數學是用來計數的，  
日常生活買東西要用的，  
是要思考和幫助你動腦筋的  
。我覺得學習數學應該背熟口  
訣，就可以快速計算。

小五級學生

學是有關數  
學問，它和中  
英文及其他語言  
不同的是，數學  
是理性的思考，而非  
（做法可有個人風格  
殊途同歸）。數學  
的基礎，包括物理  
計算機學等。

中學老師  
九龍真光中學

「數學」給我  
一種神奇的感覺，  
當中十分有趣。最令  
我感興趣的就是以多種  
方法但也可計算出同一答案  
的數。數學可以以多種方法去  
解決問題，人生也一樣，問  
題不會只有一條出路，可  
以有很多出路的。

中五級學生

數學，想到孩子  
課堂、想起「葉老  
師」的呼聲。如何為孩子提  
越數學學習的經歷，  
腦海迴盪。

葉祖賢先生

數學是一幅簡筆畫  
，用最少的筆數勾勒  
畫卷；數學是一條鐵軌，  
靠緊密相連保障通達終點；  
數學是一個工具箱，陪伴我們  
開創美好未來。

陸志洪老師

限到一大堆符號  
多數字，並覺得  
解，但其實所有數  
0至9組成，千變萬  
多，多做多聽多練，你的  
會很棒！

小五級學生

想起日常生活時  
所做的事，因為學  
數學都是為了平時買  
東西而用到它。為甚麼我  
要用這個「它」呢？是因為  
數學我都會想起那些有趣的數  
字，我覺得它們是我們的朋  
友而不是工具。它們不但幫  
助我們計算困難的題目，也  
令我們的腦袋活動一下。

中一級學生

是思維的體操，  
智力的核心。激發  
情思、樂思、勤思的  
，方使學生變得聰明

李惠珍老師

數學是最生活化的  
一門學科，亦是在學  
校裏最令學生既愛且恨的  
科目。痛恨「她」的難解，  
卻又十分喜愛解到後的滿足、  
完成挑戰後的快感。

一位不懂數學的數學老師

先想到有數字，  
形，很多的公式。  
停在我腦海中不斷旋  
轉嚇怕了。

中五級學生

生動有趣是數學，  
枯燥無味是數學  
；變化萬端是數學，一  
成不變是數學；清清楚  
楚是數學，模模糊糊是數學……  
數學如人生，你可以說數學是甚  
麼，卻永遠不能真正明白數  
學是甚麼，這正是數學的  
奇妙之處！

蘇玉卿老師

數學是：變化  
的數字，美麗的圖  
案，和諧的關係，嚴  
謹的推理。

盛平老師

數學是一種思維工具，它能使  
人理性地思考生活中的諸多  
問題，讓人更加聰明、更  
有遠見、更為現實。

于英麗老師

首先想到一些「數  
字」和一些「數學符  
號」，如+、-、×、÷等  
。因為從小我們接觸數學就  
是這些文字和符號。這是數學  
的基本，也是最先接觸的數  
學概念。

冼老師

保良局王賜豪(田心谷)小學

我首先想到的是一個  
字：「煩」。每當我一進  
入數學的世界時，我就很頭  
痛，一想到甚麼公式時，我就  
不想再進一步認識它了。

小六級學生

我想起「榴  
槿」。愛它的  
人，把它說成是天下極  
品；怕它的人，不能想像為  
甚麼有人會愛它。現在的難題  
，是如何使愛「榴槿」的教  
師，能理解和改變怕「榴  
槿」的學生。

陳森泉先生

數學是一種主觀  
與客觀暫時辯證統  
一的產物，它會隨著  
社會的發展而變化。數  
學是一套提升思維品質的體  
操，學習數學不僅是為了學習  
數學知識。在生活中，很多數  
學知識不一定有用，但數學的思  
想方法卻是終身受用。所以  
，數學的靈魂是數學思  
想方法。

蔣巧君老師

我想起黑板上那  
些繁複的數學題，  
每一次都要我努力地「  
解讀」，才能寫出各種公  
式，十分累人！

中一級學生

想起數學理論、數字、數學符  
號，例如1、2、3、+-×÷  
、周界和面積公式等。

小四級學生

少年時，「數  
學」對我來說就是  
記數。青年時，「數  
學」成為了職業的一部分  
。現在，「數學」是一種看  
事物的角度，並已融入了我的  
生活之中，即是我生活的一  
部分。

徐鳳鳴老師  
漢華中學



# 內地交流人員隨筆

## 大香港小故事之排隊

毛美雯老師  
內地交流人員

清早，我腳步匆匆地趕到巴士站，希望可以早一點踏上上班的巴士，但我更焦急的是要找到候車人龍的尾端。看著和我一樣要趕著上班的香港人默不做聲地、扮出很悠閒狀地排著隊，我一邊感歎著香港人排隊的涵養和心態，一邊也被感染著心平氣和地排起隊來。

在香港的公共場所，二人以上在同一時間、同一地點、做同一件事的，最常見的情形就是排隊。乘電梯——排隊；上洗手間——排隊；購物付款——排隊；在公園裏參加活動項目——排隊……這裏既沒有標誌，也沒有維持紀律的人，就像是人們一種自然的條件反射。可以說，在香港，排隊就是一種習慣動作。

在香港，我有兩次排長隊達兩個多小時的經歷。一次是爲了領取登上瑞典哥德堡號仿古遊船的參觀票，另一次是爲了領取解放軍戰友文工團慶祝香港回歸十周年的大型演出入場票。因爲都是免費派發的，又在休息日，所以吸引了大批港人排隊領票。我們也去湊了個熱鬧，倒真讓我們領略了香港人的排隊本色。

就說說我們在中環駐港部隊領票的經歷吧。我們來港交流教師一行三人早上7:25分趕到領票處的時候，隊伍已經繞著駐港部隊圍牆整整一圈了，這時我們才知道，有人在前一天夜裏就來排隊了。我們按照順序排上隊，不一會後面就接上了長龍。這時有服務的警員來打招呼，說我們這裏可能拿



不到票了，但是大家不要排隊就悉隨尊便。在我們失望和猶豫的時候，排在我們後面少說也有上千人的隊伍紋絲不動的執著勁，堅定了我們繼續排下去的信心。

9點鐘開始派票時，拿到票的人路過我們這裏時也善意地提醒說，這裏可能拿不到票了，但是整個隊伍像是被一根細繩拴牢了一樣，沒有一絲動搖和動亂，繼續有序地前移。而且彷彿這是一根連續不斷的繩子，沒有一個缺口讓你擔心會插進一個人來；這還是一根頑固的繩子，大有不派完最

後一張票不散夥的力量。我感歎，我激動，感歎這根無形勝似有形的「細繩」，激動自己能身在其中。

真是驚險，票派到我們後正好派完，我們歡呼起來，比中了六合彩的頭獎還高興。回頭再看身後的長龍，他們對我們露出羨慕的微笑，然後各自散去，沒有抱怨，甚至沒有歎息。大家仿佛是臨時吸附在一根細繩上的水珠，結束了，繩子的一端輕輕一抖，水珠兒就各自散開，融入到各自的生活小溪中去了。

原本枯燥和漫長的排隊竟如此有詩意和讓人難忘，這應該就是排隊的本色——文明的魅力吧

2007年7月15日 於香港

## 潤物無聲

### ——不同文化背景下的教育差異

常聽說西方人的課堂，學生相當自由，我既羨慕又好奇。這次來香港，有機會造訪一所國際學校，親身經歷了一節課，感覺新鮮之餘，感慨頗多。

有一個教學環節，他們是這樣設計的：全體學生站起來，搶答計算題。我們的做法一般是誰搶到了，答對了，便可坐下來，最後一名站立者無疑成了此次比賽的失敗者。而她們的做法是誰答對了，仍然站著，卻有權選擇最具競爭力的對手坐下來。如此比拼，最後一名站立者便是班內的最強者。做法的不同，突顯出東西方文化背景的差異。在西方，經常進行競選活動，競爭無處不在，他們知道只有逐個減少競爭對手，最終方能顯出英雄本色。而我們，或許學生關心的是趕緊搶答一題，早點過關了事，坐享其成，而最後的一位則在眾目睽睽之下成了輸家。同是最後的

站立者，不同的感受，異樣的評價……

不過，他們在讓競爭對手坐下的時候，採用的是槍擊方式。隨著「xx，啪」的聲音，對方做應聲倒下狀並順勢坐下。由此，我仿佛找到了西方校園槍擊事件時有發生的緣由。教育的作用是潛移默化、潤物無聲，課堂中的槍擊舉動或許是學生的娛樂之舉，但不能排斥此舉會在個別學生心目中不斷累積，逐步膨脹，繼而引發流血事件。

讓槍擊舉動遠離課堂！

于英麗老師  
內地交流人員



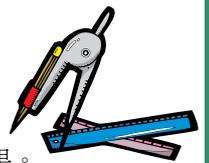
## 課堂真象?

王利堂老師  
內地交流人員



記得北京大學一個教授曾經與我分享了一個課堂實例，頗令人感慨，所以藉此機會與各位分享。該課堂上，老師要求學生透過動手實踐，找出圓周率。情況如下：

- 學生1 - 已事先知道答案，沒有動手做。
- 學生2 - 尋找捷徑，在翻書找答案。
- 學生3 - 認真測量，動手操作。
- 學生4 - 幫「倒忙」，搞破壞。



一段時間過後，老師問學生取得了甚麼結果。  
學生1(擔心說出正確答案會被懷疑)：「答案是3.12。」  
老師(很高興)：「你做的很認真，答案很接近了。」  
老師繼續問其他學生，而答案分別有3.11、3.17、3.15……  
然後，老師期待著一些新的答案，便問學生4。  
學生4(很茫然，學生2悄悄告訴他「3.14」)：「我的答案是3.14。」  
(班上突然變得一片寂靜，學生好像也在期待着什麼似的)  
教師(興高采烈)：「太棒了！你做的很認真，3.14就是圓周率的近似值。大家爲他鼓掌。」  
教師：「其他同學還有不同的答案嗎？」  
學生3(很慌張，小聲說)：「老師，我測算出的數值是2.89。」  
(全班一片譁然，有學生不懷好意的哄笑)  
老師：「同學們，做事情一定要認真，學習上可不能馬虎，否則你怎麼能追求真理呢……」

# 教學點滴

## LCM 及 HCF (拔尖教材)

### (一) 難題例子

#### 難題例子一

史提夫 (Steve) 有一部壞的計算機。當剛開啓，它顯示 0。若按「+」鍵它便加 51。若按「-」鍵它便減 51。若按「×」鍵它便加 85。若按「÷」鍵它便減 85。其他鍵不能運作。史提夫開啓計算機。此計算機可得最接近 2003 的數是多少？(澳洲數學競賽試題 2003 年初級組)

解答：51 與 85 的 HCF 為 17

此計算機所顯示的數必為 17 的倍數

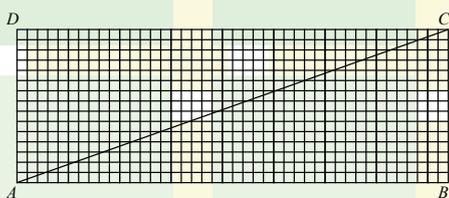
$$2(5 \times 17) - 3(3 \times 17) = 2(85) - 3(51) = 17$$

此計算機可顯示全部 17 的倍數

$$2003 \text{ 除以 } 17 \approx 117.8\dots$$

$$118 \times 17 = 2006 \text{ (答案)}$$

#### 難題例子二



在一個 15cm × 42cm 的長方形 ABCD 內繪製網格(如上圖)，每個組成的小格均為 1cm × 1cm 的正方形。問對角線 AC 共穿過了多少個小正方形？

解答：若網格是  $n \times m$  格，則對角線穿過小正方形的數目為

$$n + m - (n \text{ 與 } m \text{ 的 HCF})$$

所以，答案是： $15 + 42 - 3 = 54$

### (二) 教材分析

#### 1. 課題選擇原因：

LCM 及 HCF 無論於數學競賽，抑或初中課程(分數加減的通分母技巧)均有一定的重要性。

#### 2. 學習目標：

通過對 LCM 及 HCF 的深入瞭解，希望同學可以解決前述兩個難題。

#### (1) 學生必備知識：

因數及倍數的概念；LCM、HCF 的概念；因數分解；比與分數的關係。

#### (2) 教學難點：

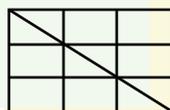
上述兩難題的嚴格解法對初中生來說是比較困難，需要使用較模糊的介紹方法。

LCM、HCF 的概念；因數分解已在小學課程中刪除(2002年新課程)。

### (三) 化解難點的方法

對於難題例子2，可通過如下分析：

我們知道，只要是  $n \times n$  個小正方形或小長方形構成的圖形，其對角線恰好穿過對角上的每一個圖形。利用這一規律，我們首先把  $15 \times 42$  這個長方形變成  $n \times n$  的形式，因為 15 與 42 的 HCF 是 3，所以，原長方形可分成  $3 \times 3$  的長方形。示圖如右：



可知圖中每個小長方形的長都是  $(42 \div 3) = 14$  個小方格，寬都是  $(15 \div 3) = 5$  個小方格。如能算出其中一個小長方形對角線穿過的小正方形數，再乘以 3 即可得出原題的答案。通過畫圖我們可以發現一個  $14 \times 5$  的長方形，對角線可穿過 18 個小正方形，而 18 是否具有某些規律呢？

我們不妨對此特例作一番探究(圖略)，列表如下：

長方形類型	長寬之和	對角線穿過的小正方形數目
$2 \times 3$	5	4
$3 \times 5$	8	7
$4 \times 7$	11	10
$5 \times 9$	14	13
$6 \times 11$	17	16
$7 \times 13$	20	19
.....	.....	.....

發現：這種「類型」的長方形，對角線穿過的小正方形的個數 = 長 + 寬 - 1。推知， $42 \times 15$  這個長方形的對角線一共穿過  $(14 + 5 - 1) \times 3 = 48$ ，即  $42 \times 15 - 3$  個小正方形。至此，原題迎刃而解。即若網格是  $n \times m$  格，則對角線穿過小正方形的數目為  $n + m - (n \text{ 與 } m \text{ 的 HCF})$ 。

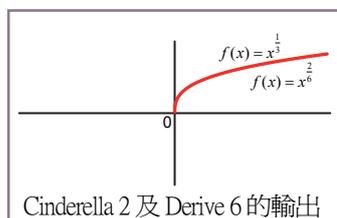
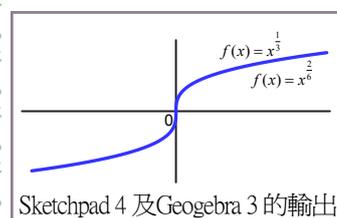
呂成群老師  
勞工子弟中學

## 上期文章「 $(-8)^{\frac{1}{3}} = 2$ ?」的回應

上期的文章提及  $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$ ，算法看來很合理，但結果卻明顯與事實不乎！究竟是哪個等號出問題呢？

筆者嘗試透過比較函數  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$  及  $f(x) = x^{\frac{2}{6}}$  的圖像，探討這個問題。

筆者找了4個數學軟件，包括 Sketchpad 4、Geogebra 3、Cinderella 2 及 Derive 6，繪畫以上的兩個函數圖像，結果如下：



這顯示著，不同軟件對函數的定義域有不同的理解。對 Cinderella 及 Derive 來說， $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$  及  $f(x) = x^{\frac{2}{6}}$  只在非負數中有定義，說明  $(-8)^{\frac{1}{3}}$  不應在實數系中定義。利用 Sketchpad 及 Geogebra 計算，得  $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = -2$ ，而 Cinderella 及 Derive 的計算，則為  $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = 1 + \sqrt{3}i$ ，正好說明要深入看一看「指數函數」有沒有定義域上的要求。

軟件的計算結果，雖不能證明數學事實的真偽，但卻顯示出不同層次的數學思考。這四個軟件中，Derive 相對是較高階的數學應用程式，有興趣的讀者們，可以看看更高階的軟件，如 Mathematica 或 Maple 等的計算結果吧！

陳森泉、羅百慶  
高級學校發展主任  
(中學校本課程發展組)

# 剖析課本例題，培養學生分析問題和解決問題的能力

**培**養創新意識和思維能力是目前教育改革，實施素質教育的重要任務之一，它要求教師在日常教學中持之以恆地認真鑽研教材，合理創設問題情景，加強思維訓練，並積極探索規律，改進教學方法，優化教學過程。在數學教學中，教師若能恰當地把握傳授知識與提高能力的關係，運用靈活的教學方法，充分發揮課本的功能，就可以事半功倍，提高課堂效率。現行數學教材的特點之一就是創設各種問題情景，降低教學的難度，使數學問題與現實緊密聯繫。在課本教學實踐中，若能抓住課本這個「綱」，在課本教學上狠下功夫，減少複習資料，不搞題海戰術，既減輕學生負擔，又培養了學生的多種能力。

本文就課堂教學中，如何剖析課本例題，培養學生分析問題和解決問題的能力進行探究，以期能對老師們的例題教學有所幫助。

教材中所選的例題通常都是很典型的，是經過精選，具有一定的代表性的。例題教學佔有相當重要的地位，搞好例題教學，特別是搞好課本例題的剖析教學，不僅能加深對概念、公式、定理的理解，而且對培養學生發現問題、抽象思維能力以及解決問題的能力等方面能發揮其獨特的功效。

例題的剖析主要從三個方面進行：

**一、橫向剖析：**即剖析例題的多解性。課本上的例題一般只給出一種解法，而實際上許多例題經過認真的橫向剖析，能給出多種解法。如果我們對課本例題的解法來一個拓寬，探索其多解性，就可以重現更多的知識，使知識形成網路。這樣，一方面起到強化知識的作用，另一方面培養了學生的求異思維和發散思維的能力。課堂上剖析例題的多解性，還可以集中學生的學習注意力，培養學生的良好學習習慣。

**二、縱向剖析：**即分析例題從已知到結論涉及哪些知識，例題中哪些是重點、難點和疑點，例題所用的數學方法和數學思想是什麼，甚至哪一步是解題關鍵，哪一步學生容易犯錯誤，事先都要有周密的考慮。我以下面的課本例題為例：已知函數 $f(x)$ 是奇函數，而且在 $(0, +\infty)$ 上是增函數，求證： $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上也是增函數。這個例題難度雖然不大，但對於剛步入高中的學生來說是很難理解的。本例題涉及的知識有區間概念，不等式性質，函數奇偶性，函數單調性；重點是比較大小；難點是區間轉化；疑點是變數代換；所用數學方法是定義法；數學思想是轉化思想。本例題的成敗關鍵，就是讓學生突破難點和疑點。因為轉化思想和變數代換是高中數學的一個質的飛躍，對於高一學生是很陌生和不習慣的。如果教師能把課本中例題剖析得透一些，講解得精一些，

引導學生積極思維，使學生真正領悟，則必將提高學生的解題能力，使學生擺脫題海的困境。

**三、「變題」剖析：**即改變原來例題中的某些條件或結論，使之成爲一個新例題。這種新例題是由原來例題改編而來的，稱之爲「變題」。改編例題是一項十分嚴謹、細緻而周密的工作，要反復推敲，字斟句酌。因此，教師如果要對課本例題進行改編，必須在備課上狠下功夫。「變題」已經成爲中學數學教學中的熱點，每年的「高考」試題中都有一些「似曾相識」的題目，這種「似曾相識題」實際上就是「變題」。教師如果也能像高考命題一樣去研究「變題」，那麼必將激發學生的學習情趣，培養學生的創造能力。當然，在研究「變題」時，除了上面所述的嚴謹性、科學性以外，還應當注意以下幾點：(1)要與「主旋律」和諧一致，即要圍繞教材重點、難點展開，防止脫離中心，主次不分；(2)要變化有度，即注意審時度勢，適可而止，防止枯蔓過多，畫蛇添足；(3)要因材施教，即根據不同程度的學生有不同的「變題」，防止任意拔高，亂加擴充。

劉志紅老師  
內地交流人員

## 訪問圓地



陳：陳森泉先生 蘇：蘇碧婷校長

(.....續第一頁)

**陳：**若教師欠缺主動性，工作便會流於形式化，這個問題可以解決嗎？

**蘇：**這就需要校長及中層管理人員主動領導。推行計劃，必須給參與者實質及具體的工作任務，切忌空談。每位參與備課的教師，都需要自行完成某一單元的教學設計，並有機會主持備課會。要提高主動性，事前的計劃和部署是不可或缺的。

**陳：**要使計劃順利進行，校長要擔當怎樣的角角色呢？

**蘇：**校長應與內地交流人員保持緊密的溝通，了解他的專長和想法，並努力地向學校教師推介。在部署工作方面，校長必須與科主任採取主動，營造和諧的工作氣氛。校長也可以通過教職員會議，匯報內地交流人員的工作情況，一方面替內地交流人員建立鮮明的形像，另一方面讓其他老師也能了解計劃的進度，肯定參與計劃的老師付出的努

力和成就，同時也鼓勵其他科組發展教研文化。

**陳：**部分學校的教師建議，讓交流人員幫忙「拔尖」，或者主持奧數訓練班，在提昇學生成績方面，便有立竿見影的成效。你怎樣看呢？

**蘇：**內地交流人員的服務對象是教師，不是學生，這樣才可以讓計劃成果不會因交流員離開而消失。好好利用這一年的時間，讓部分教師先「富」起來，長遠來說，學生也會受惠。

**陳：**蘇校長可否提供一些改善建議，讓我們把計劃做得更好？

**蘇：**我認爲一年的時間比較短，兩年的時間才有利於成果在學校植根。再者，加強參與計劃的學校的教師的互相聯繫，也有助成果的延續。



## 編者的話：

今期的通訊，有了一個小小的突破，就是多一些香港教師的文章，然而，篇幅略嫌短一點，但不失是一個好的開始。今期通訊的其中一個主題，是探討不同人對數學的觀感。我們蒐集了內地和香港數學教師的意見，也收錄了學生的意見，讓讀者們窺探一下他們的想法。因篇幅有限，很多投稿都未能盡錄，確有一點兒遺憾。

出版本通訊的目的，是爲數學教學同工們，提供分享及討論具體教學問題的平台。衷心邀請大家撥冗撰稿，投稿請電郵至 [vsccchan@edb.gov.hk](mailto:vsccchan@edb.gov.hk) 及 [kwtai@edb.gov.hk](mailto:kwtai@edb.gov.hk)，並附上聯絡方法。

陳森泉



## 編委會成員：

葉祖賢、陳森泉、戴家慧  
曾宇丹、何燕萍、張全勝、毛美雯