

# 數學學習困難與障礙

如何協助學生面對學習  
數學的困境

陳森泉

你遇過以下的情况嗎？

中五學

小三

## 原因？

不會數數

懶

蠢

無心  
向學

未盡  
全力

要學好數學，道理很簡單。  
多做，多練習，正所謂勤能補拙，  
勤力的學生必定能學好數學。

數學學得不好，原因也很簡單，  
就是沒有盡力。  
教師或家長可做的實在不多。

**這個想法是錯的！**

那麼，  
責任誰負？

從學生的學習困難著手，  
探討問題的本質。

甚麼是學生遇到  
的學習困難？

## 分數運算

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$\frac{1}{3}$  比  $\frac{1}{2}$  大

## 除法運算

怎樣找出這  
個3呢?

$$12 \overline{) 444}$$

3  
36

## 乘法運算

$$\begin{array}{r} 345 \\ \times 67 \\ \hline 20700 \\ 2415 \\ \hline 23115 \end{array}$$

要重複地「同時進行」  
很多種類的運算

## 減法

$$43 - 27 = ???$$

從 43 開始數？  
倒數？太困難了！

從 27 開始數？  
28, 29, ..., 43  
有多少個數呢？

## 減法

- 減法計算需要進行『借位』，較加法計算困難得多。不能單靠『數手指』。
- 需要運用短暫記憶及資料檢索，處理類似  $7+3=10$ 、 $6+4=10$ 、...、等計算。
- 涉及圖象思維。

## 記數法的使用

27 比 32 大

27 當中，2 是指數量二，  
7 是指數量七，合起來就是 九。

不能成功處理較大的數，特別是  
100 以上的數值。

## 數量的十進制表示法

為甚麼 1 可以是 10 ?

為甚麼 1 又可以是 100 呢?

為甚麼 一百二十三 不可以寫成

100203 或者是

1002103 呢?

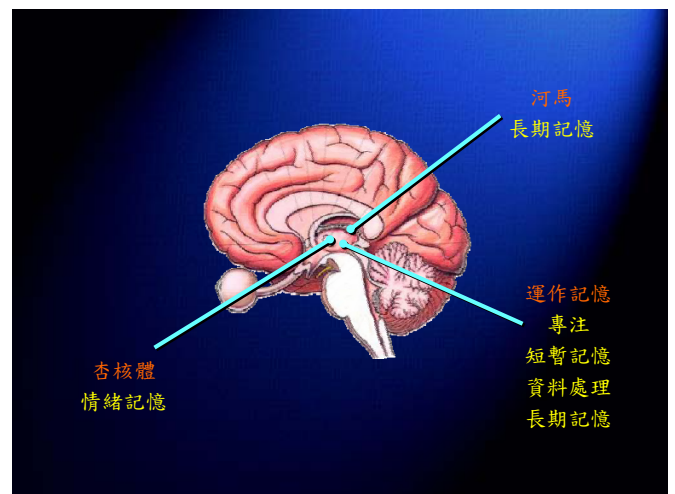
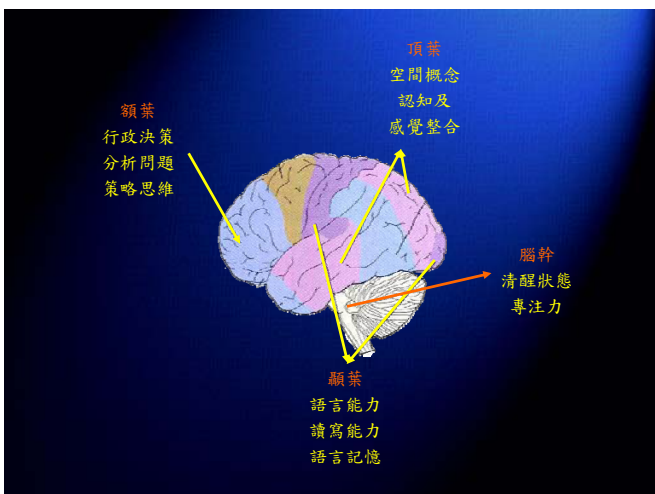
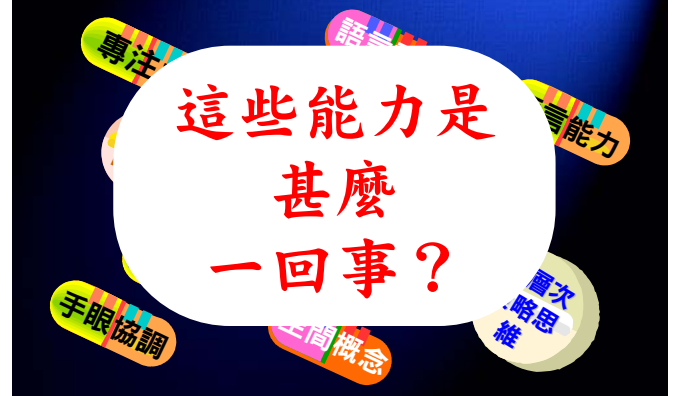
## 數量的十進制表示法

- 進位制的記數法，其實是高度抽象化的概念。中國的記數法(一百二十三)就沒有這個優點。
- 須掌握讀音、記數符號、數值概念，三者的關係。

## 學習數學所需要的能力



## 學習數學所需要的能力





數學學習困難  
是一種  
特殊學習障礙嗎？

像『讀寫障礙』一樣，  
與大腦結構有關嗎？

數學學習困難  
已被定為是一種  
特殊學習障礙

但它的成因  
有可能是十分複雜，  
尚有待醫學界的查證

### 數學學習障礙

#### *acalculia*

嚴重、永久性的  
學習進程  
有明顯的上限

#### *dyscalculia*

相對地不太嚴重  
學習進程  
明顯的較同輩  
落後(數年)

*Maths. LD,  
Maths. Disability*

### 數學學習障礙

#### *acalculia*

嚴重、永久性的  
學習進程  
有明顯的上限

#### *dyscalculia*

相對地不太嚴重  
學習進程  
明顯的較同輩  
落後(數年)

*Maths. LD,  
Maths. Disability*

### 數學學習障礙

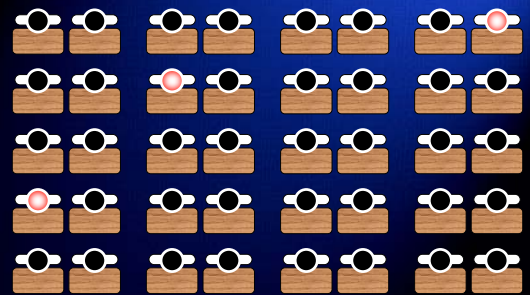
- 讀寫障礙
- 空間障礙
- 手眼不協調
- ADD
- ADHD ...

#### *dyscalculia*

相對地不太嚴重  
學習進程  
明顯的較同輩  
落後(數年)

*Maths. LD,  
Maths. Disability*

數學學習障礙 (*dyscalculia*) 的學生約  
佔總學生人數的 百分之六 (6%)



# 怎麼辦？

## 是誰的責任？



## 是誰的責任？



## 甚麼是數學學習

要學好數學，道理很簡單。  
多做，多練習，正所謂熟能生巧，  
勤力的學生必定能學『倒』數學。

**這個想法是錯的！**

## 甚麼是數學學習

成功的數學學習，必須包括以下三項要素：

- 計算速度
- 準確度
- 清晰的數學概念。

可惜！這個常被  
人忽視。

## 一個數學教師應具備的條件

~~極~~豐富的數學知識

對學習數學的過程有所深思 ✓

對數學知識結構有充份掌握 ✓

對學生能力差異抱正面積極的態度 ✓

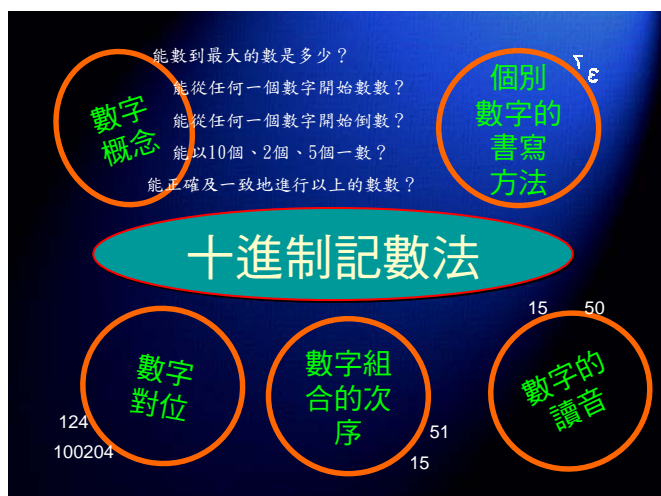
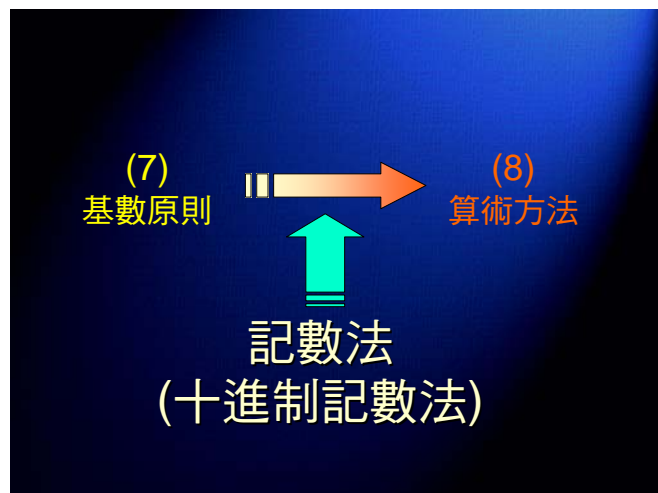
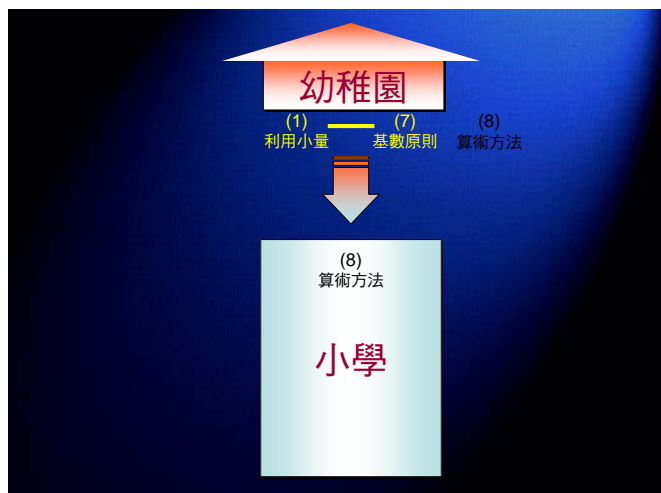
## 掌握數字的八個層次：

(Klein & Starkey, 1987)

層次	處理量的方法	如何分辨多、少
(1)	利用小量	1, 2, 3
(2)	列數	把物件作排列
(3)	建立對應	利用工具(例如手指)作比較媒介
(4)	數數	把不同的數字名稱配給每個物件

## 數字概念的八個層次：

層次	處理量的方法	如何分辨多、少
(5)	1-1 對應原則	把每個物件與唯一的數字名稱相配
(6)	固定排序原則	每個數字名稱與一個固定的排列位置相對應
(7)	基數原則	最後一個數字名稱就是整體的數量
(8)	算術方法	利用加減法則組合不同的數字名稱



## 一些可行的策略

- 利用實物建立數量的概念
- 讓學生利用說話解釋自己的想法
- 制作特別的教具
- 引用學生能處理的生活例子作比喻(例如貨幣、金錢)



## 四則運算法

### 協助學生的基本原則：

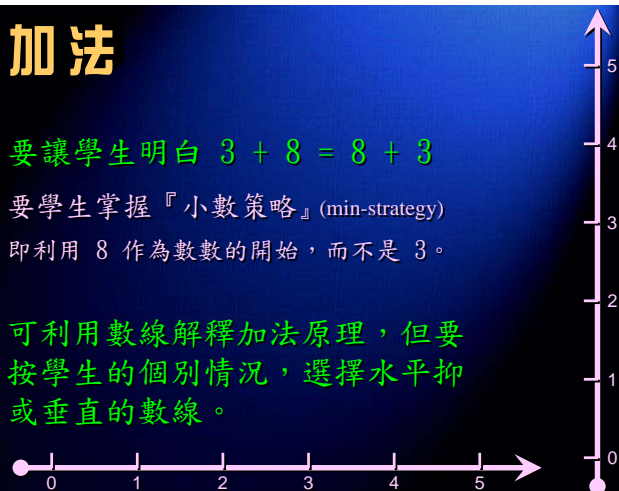
- 利用一個以上的表述方式教學  
(例：利用實物、數線、文字來表述數值之間的關係)
- 表述方式需針對個學生而設計，數量不宜太多。(兩個較為合適)
- 配以具挑戰性的問題，引發學生進行聯想及推廣。
- 容許學生使用一些『思考負荷』較輕的計算方法。
- 分析教學內容的主、次，抓緊學習重點，務求學生能掌握最精要的概念和技巧。
- 不要過於強調計算速度
- 多給時間，讓學生講出所使用的計算方法。

## 加法

要讓學生明白  $3 + 8 = 8 + 3$

要學生掌握『小數策略』(min-strategy)  
即利用 8 作為數數的開始，而不是 3。

可利用數線解釋加法原理，但要按學生的個別情況，選擇水平抑或垂直的數線。



## 減法

要讓學生明白  $8 + 3 - 3 = 8$

要讓學生明白  $8 - 2$  比  $8 - 3$  大

運用數線或其他思考工具

設計一些思考負荷較輕的計算方法

## 減法

設計一些思考負荷較輕的計算方法，  
例如： $3247 - 1736$

*Hutchings' Low-Stress Subtraction Algorithm*



## 乘法

$$345 \times 67 = ???$$

	300	40	5
60	18000	2400	300
7	2100	280	35

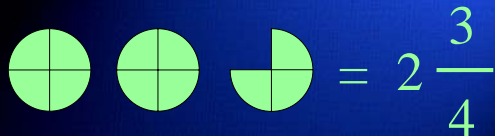
這個方法的好處很多，還可以在日後處理代數多項式的乘法。

## 除法

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 10 \\
 12 \overline{) 444} \\
 \underline{120} \\
 324 \\
 \underline{120} \\
 204
 \end{array}$$

這個方法是慢了一些(很多)，不過可以免除估計答案的步驟。

## 分數


$$2 \frac{3}{4}$$

媽媽買了三個薄餅回家，我把其中一個切成四份，吃了一份，問餘下的是原本的幾分之幾？

$$\frac{11}{12}$$

## 負數

比喻：

+3 就是3樓，-2就好比地庫的2樓了。

學生：那麼為何  $3 - (-2) = 5$  呢？

## 負數

不如這樣比喻吧：

+3 就是有3元，-2就好比2元的欠單。這樣， $-(-2)$ 就是把欠單拿走了，所以就多了2元。

學生：那麼  $-3 - (-5)$  怎樣想呢？

## 文字題

- 解難 (Problem Solving) 是學習數學的一個很重要部分。
- 文字題就是結合生活的實境和數學的抽象。
- 文字題的計算，本身就是一個解難過程。

### 解文字題的十個步驟：

Mercer (1992)

1. 認清問題內容
2. 初步計劃一個計算策略
3. 研究題目中各個數量之間的數學關係
4. 選擇合適的數學知識
5. 嘗試以圖像表達問題的內容
6. 列出計算用的計式或方程
7. 有步驟地進行計算
8. 檢查答案的合理性
9. 檢視整個解題策略
10. 嘗試尋找其他可行的解題方法

## 如何有效教授文字題

避免使用過大的數值

避免使用容易混淆的字詞

問題中的情境，必須是學生熟識的，或是學生能想像的。  
(若有需要，可透過使用道具、角色扮演等方法，讓學生掌握題意。)



## 如何有效教授文字題

教學時必須引導學生思考問題中各個數量之間的關係。

例如就著以下問題：

一盒糖有20粒，吃了8粒，問餘下多少粒？

可詢問學生類似問題：

若題目中的8改為一個較大的數，答案會大了、小了、還是不變呢？

## 如何有效教授文字題

應讓學生重覆計算  
題型相同的問題嗎？

鞏固已掌握  
的知識  
和技巧

應讓學生多計算  
不同題型的問題嗎？

靈活運用  
已掌握的  
知識  
和技巧

## 如何有效教授文字題

我的建議：

基於同一個問題，衍生不同的問題，挑戰學生可能存有的錯誤想法，引導學生建構正確的觀念。

## 如何有效教授文字題

例如就著以下問題：

一盒糖有20粒，吃了8粒，後來又添加了5粒，問最後餘下多少粒？

可詢問學生類似問題：

要改目變問題中的數值，但答案卻要保持不變，可以怎樣做呢？

## 如何有效教授文字題

例如就著以下問題：

一盒糖有20粒，吃了8粒，後來又添加了5粒，問最後餘下多少粒？

也可以詢問學生類似問題：

若是先添加5粒，而後才吃掉8粒，計算方法會相同嗎？為甚麼？

## 結語(一些專業的意見)

The fundamental principle in helping a child with a disability in mathematics is to work with the child to define his or her strengths. As these strengths are acknowledged, one uses them to reconfigure what is difficult.

(C. Christina Wright, 1996)

## 結語(一些專業的意見)

One need not be a mathematics expert to evaluate a child's ability and style of doing math. A one-to-one mathematics interview is the best format for noting details. In the interview one focuses as intently on how the child does mathematics as on what or how correct they do it. It is essential to keep in mind that you are searching for what does work at the same time as you are probing to find out what doesn't work.

(C. Christina Wright, 1996)

## 結語(一些專業的意見)

Too often, special education math instruction focuses on mastery of algorithm, repeated practice with limited opportunity for students to explain verbally their reasoning and receive feedback on their evolving knowledge of concepts and strategies. In other words, special education mathematics instruction continues to focus on computation rather than mathematical understanding.

(Russell Gersten 1999)

Alfredo Ardila & Monica Rosselli (2002)

*Neuropsychology Review, vol. 12, No. 4, December 2002*

Klein, A., & Starkey, P. S. (1987)

*The origins and development of numerical cognition: A comparative analysis.*

Klein, A., & Starkey, P. S. (1987)

*The origins and development of numerical cognition: A comparative analysis.*